

数学

1 指導計画（三角関数 配当時間 11時間）

- (1) 一般角（1時間）
- (2) 三角関数（3時間）
- (3) 三角関数の性質（2時間）
- (4) 三角関数のグラフ（4時間 本時はその1時間目）
- (5) 問題演習（1時間）

2 本時の目標

- (1) 単位円を使って、 x 座標や y 座標がそのまま \sin や \cos の値を表すことを理解する。（知識・理解）
- (2) $y = \sin$, $y = \cos$ のグラフが書ける。（表現・処理）
- (3) グラフの形を見て、周期関数の意味を知る。（数学的な考え方）
- (4) 偶関数、奇関数の復習をし、関数の特徴を知る。（数学的な考え方）
- (5) 身近にある正弦曲線を積極的に見つける。（関心・意欲・態度）

3 対象

普通科で数 を学習している生徒 （主に私立文系）

4 指導案

ね ら い	学 習 活 動（ :教師 :生徒）	指 導 上 の 留 意 点 お よ び 評 価	注
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> \sin, \cos の 単位円を使っ た定義の復習 </div> <p style="text-align: right;">(10分)</p>	<p>三角関数の定義を復習し、単位円上で\sin , \cos がどのように表現されているか、考えさせる。</p> <p>三角関数の定義を復習し、単位円上で\sin , \cos がどのように表現されているか、復習する。</p> <p>プリントの表を完成する。 (資料NO.1)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> ー知識・理解ー 単位円を使って\sin , \cos の値が表せることを理解しているか。 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> ー関心・意欲・態度ー 意欲的に\sin , \cos の値を求めようとしているか。 </div>	1
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 単位円を利用 してグラフを 書く </div> <p style="text-align: right;">(10分)</p>	<p>表ではなく、単位円のy座標、x座標の幅を使って点を取ることに、グラフの概形が書けることを示す。</p> <p>座標を使ってグラフの概形を書く。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> ー表現・処理ー 表からでもグラフは書けるが、目に見える座標を利用して、点を取ることとする。 </div>	2 3
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> グラフの特徴 を考える </div> <p style="text-align: right;">(15分)</p>	<p>グラフの形を見て、ふたつのグラフに共通で、今まで学習したグラフになり特徴は何か、考えさせる。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> ー数学的な考え方ー 周期関数として初めてでてきたグラフなので、その特徴を理解する周期の定義、$f(x+p) = f(x)$ の意味、などを理解する。 </div>	4
	<p>偶関数、奇関数の定義を復習する。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> ー数学的な考え方ー 偶関数、奇関数の性質を理解する </div>	5

ね ら い	学 習 活 動 (: 教 師 : 生 徒)	指 導 上 の 留 意 点 お よ び 評 価	注
	<p>三角関数が、偶関数、奇関数の性質を持つことを見つける。</p> <p>y軸について対称、原点について対称なグラフについて、復習する。</p> <p>三角関数のグラフが、y軸、原点について対称であることを確認する。</p>	<p>ことよって、三角関数のグラフの特徴を求める。</p> <p>— 数学的な考え方 — グラフが、y軸について対称、原点について対称であることを確かめる。</p>	
<p>$y = \sin$ $y = \cos$ のグラフの関係を調べる</p> <p>(5分)</p>	<p>$y = \sin$ と $y = \cos$ のグラフが、どのような関係になっているか考えさせる。</p> <p>平行移動を見つける。</p>	<p>— 知識・理解 — $\sin(+90^\circ) = \cos$ の公式を使って、関数のグラフの平行移動を復習する。</p>	6
<p>関数のグラフの特徴をまとめる</p> <p>(5分)</p>	<p>グラフの特徴についてまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 周期関数 ・ 偶関数、奇関数 ・ 定義域、値域 	<p>— 表現・処理 — 関数のグラフの特徴をまとめる</p>	7
<p>正弦曲線が、身近に表れるのはどんなときか、考える</p> <p>(5分)</p>	<p>身の回りに見える正弦曲線は、どんなものがあるか、考えさせる。 気が付いたものを発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 振動の曲線、音の伝わる曲線 ・ 円柱を斜めに切ったときの切り口 etc 	<p>— 関心・意欲・態度 — 身近にある正弦曲線を積極的に探すことができるか。</p>	

(5) 指導のポイントと考察

学習指導要領の数学の目標として、「指数関数や三角関数、図形と方程式及び関数の値の変化について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を育てる」とある。単に知識の習得や技能の習熟だけを目的としているのではなく、事象をさらに的確に把握し判断して処理するために必要な数学的な見方や考え方の育成をめざしている。そのため、各分野の導入にあたっては、なるべく身近にある現象に結びつけ生徒が興味をもって取り組めるよう工夫する。公式の指導にあたっては、式をただ単に覚えるのではなく、どのように公式を作っていくのか、その作り方に重点を置いた指導をし、論理的な思考力を養う授業を心がけたい。

「図形と方程式」では、中学校で学習した図形の知識を復習しながら、図形を方程式と結びつけることによって、難しい定理や公式が簡単に証明できることなどを通して、解析幾何学的な考え方を身に付けさせたい。

「いろいろな関数」では、日常生活にも関連の深い三角関数、指数関数について学習するが、三角関数

については身近にある正弦曲線の例を探したりすることによって興味を喚起したり、指数の拡張においては、既習の法則に関連して、このように考えるのが都合がよい、というように類推して定義するなど、数学的な考え方を身につけるよう指導する。このような考え方は、数学のみならず一般社会生活においても有用な考え方であることを強調したい。

「関数の値の変化」では、関数の値の変化をとらえる方法の一つとして、広い範囲での変化の様子ばかりでなく、ごく狭い範囲での変化の様子を見ることによってもとらえられることを理解させたい。また、微分法や積分法が考えだされたことによって、自然現象や物理学上の研究が飛躍的に進み、社会現象として産業革命にも大きく貢献したことなど、数学史的な話も交えて生徒の興味・関心を引き付けるなど工夫をする。

注について

- (注1) 三角関数の定義は、半径 r の円を利用したものと、単位円を利用したものと2通りあり、どちらも利用しやすい場合と、利用しにくい場合があるが、この場合は単位円で表すこととする。
- (注2) y 座標がそのまま \sin の値を表すことを利用して、 $y = \sin$ のグラフを書く。横軸のメモリについては、ラジアン = 180° であることを簡単に説明し、 $180^\circ = 3$ としてメモリを取るように説明しておく。
- (注3) $y = \cos$ のグラフについては、座標軸を左回りに 90° 回転移動すると、 x 座標がうまく利用できることを生徒が発見できるように質問を工夫する。
- (注4) 周期関数については、初めてでてきた特徴であるが、単位円上を動点が動くことによって \sin \cos の値が決まることから、 360° 回転すると同じ形が繰り返してでくるところを理解させ、周期の意味と、その性質を考えさせる。
- (注5) 偶関数として、 $f(x) = x^2$ 、奇関数として、 $f(x) = x^3$ を例にあげて、グラフの特徴を復習する $y = \sin$, $y = \cos$ のグラフは、何について対称になっているか考え、偶関数か、奇関数か判断する。
偶関数 “偶数” 関数、奇関数 “奇数” 関数 と言い換えたほうが、具体的にイメージしやすいと思うので、そのように指導している。
 $f(-x) = f(x)$, $f(-x) = -f(x)$ について、既習の \sin , \cos の公式に当てはめて考えさせ、グラフの対称性と関連づけて指導する。
- (注6) グラフの平行移動についても復習する。
 $y = f(x - p)$ と $y = f(x)$ の関係を復習し、三角関数にもあてはまることを確認する。
- (注7) 身近にある正弦曲線に似た曲線は何か。物理を履修していない生徒も多いので、なかなか見つけにくいこともあるが、具体的な事例をいくつか考えておく。

6 評価について

本校では、各定期試験ごとの評価として、関心・意欲・態度に関して20点、数学的な考え方、知識・理解、表現・処理に関しては定期試験問題によって80点、合計100点としている。

関心・意欲・態度については、
課題等の提出状況
ノートの点検
授業中の態度の観察
その他

等を得点化し、20点分の評価としている。課題の提出、ノートの整理の仕方を見ることは、授業へ積極的に取り組んでいるかどうかを判断するよい資料であると思う。また、学習を定着させることは難しく、授業中は理解したつもりでも、次の日には忘れてしまっていることも多い。そのため、家庭学習(いわゆる宿題)を提示し、授業時間中では足りない問題演習を家庭学習で補うわけであるが、中には家庭学習の習慣がない生徒もあり、苦労しているところである。そこで、私は宿題を提示した次の日には、必ずノートを点検し、忘れたものについては観点別の得点の中で減点することになっている。その際、取り組もうとしたが難しくできなかった生徒についてはできるだけ考慮するが、忘れた生徒との区別は難しいところである。毎時間検印するのは結構たいへんだが、それによって少しは家庭学習の時間がふえているだろうと期待している。

知識・理解については、スモ - ルテストでの評価、定期試験の中での評価で行なっている。スモ - ルテストの内容はできるだけ基本問題とし、前日までに学習した基本事項の確認とする。回数はあまり多いと授業の進度に影響があるので、ある程度まとまったところで実施している。

表現・処理については、ノ - ト提出時や授業中の机間巡視で確認したり、練習問題を板書した時に確認している。

数学的な考え方については、各授業のなかでも自ら公式を作ったり、いくつかの事実の中から法則を導きだしたりするような機会をなるべく多く設けて取り組ませているが、定期試験等で応用問題を解かせることによって判断することが多い。その場合、あまり難しいとはじめから取り組めない生徒もいるので、段階を追って取り組むような出題を心がけている。

- 1 指導計画（微分係数と導関数 配当時間 6時間）
 - (1) 平均変化率と微分係数（2時間 本時はその1時間目）
 - (2) 導関数（3時間）
 - (3) 問題演習（1時間）

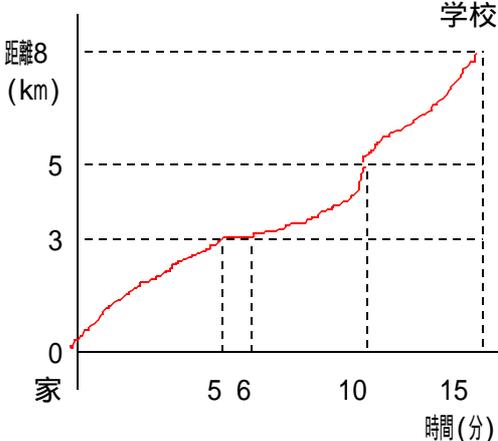
2 本時の目標

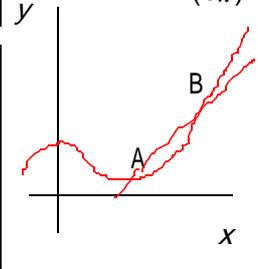
- (1) 平均の速さ、瞬間の速さについて興味を持って取り組むことができる。（関心・意欲・態度）
- (2) 平均の速さと平均変化率、瞬間の速さと微分係数の概念を結びつけて考えることができる。（数学的な考え方）
- (3) 微分係数が接線の傾きを表すことが理解できる。（数学的な考え方）
- (4) 「限りなく近づける」の意味を直観的に理解できる。（数学的な考え方）
- (5) 平均変化率の式、微分係数の式が表現できる。（表現・処理）
- (6) 一般の関数において、平均変化率、微分係数を求めることができる。（知識・理解）

3 対象とする生徒

普通科で数 を学習している生徒（主に、私立文系、私立理系）

4 指導案

ね ら い	学 習 活 動（教師： 生徒： ）	指 導 上 の 留 意 点 お よ び 評 価	注
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 平均の速さを復習する。 </div> <p style="text-align: center;">(15分)</p>	<p>クラスのなかで、バイクを利用して登校している生徒に、登校に必要な距離と時間を聞き、グラフで表す。グラフをみて、バイクの速さはどうなっているか、考える。</p> 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>— 関心・意欲・態度 —</p> <p>身近なバイクの走行を取り上げることによって、速さを数値で表す方法を考えようとする。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>— 数学的な考え方 —</p> <p>いくつかの平均の速さを計算することによって、「平均」の意味を理解する。</p> </div>	1

ね ら い	学 習 活 動 (: 教 師 : 生 徒)	指 導 上 の 留 意 点 お よ び 評 価	注
	<p>図を用いて、いくつか平均の速さを計算させる。 [平均の速さ] = [道のり] ÷ [時間] を用いて、次のような平均の速さを計算する。 家から学校まで 家から5分後まで 家から10分後まで 5分後から10分後まで・・・等</p>	<p>— 知識・理解 — 平均の速さを計算できる。 速さの単位をkm/hに換算できる</p>	
<p>平均の速さは線分の傾きに等しいことが理解できる。 (5分)</p>	<p>平均の速さは、グラフ上で図形的には何を表しているか、考えさせる。 2点を結んだ直線を引き、平均の速さはどのように表されているか、考える。</p>	<p>— 数学的な考え方・知識・理解 — 平均の速さは、グラフ上では線分の傾きに等しいことを理解する。</p>	2
<p>瞬間の速さの概念を身につける。 (5分)</p>	<p>瞬間の速さを考えさせる。 瞬間の速さはどうやって測れるのかグラフを使って、瞬間の速さを測るにはどうしたらよいか、を問う。 瞬間の速さの測り方を考え、発表する。 平均の速さが直線の傾きに等しかったことに着目し、瞬間の速さは直線をどのように変化させればよいか考えさせる。</p>	<p>— 数学的な考え方 — 「限りなく近づける」の直観的な意味を理解する。 「瞬間の速さ」という言葉で、変化する時間が0ではないが、限りなく0に近づく、という概念を理解する。</p>	3
<p>平均変化率の定義を理解する。 (5分)</p> 	<p>一般の関数について、平均変化率と微分係数をグラフを使って定義する。 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a}$ よって、平均変化率と微分係数を計算することができる。</p>	<p>— 数学的な考え方 — 一般の関数のグラフを利用して、平均の速さと平均変化率、瞬間の速さと微分係数を結びつけて考えることができる。 — 表現・知識 — $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a}$ の記号が使える。</p>	4
<p>平均変化率、微分係数の計算ができる。</p>	<p>$f(x) = x^2$ について、 $x = 1$ から $x = 2$ までの平均変化率を求める方法を説明する。 $x = 1$ における微分係数を求める方法を説明する。</p>	<p>— 数学的な考え方 — 平均の速さ 平均変化率 瞬間の速さ 微分係数 = 瞬間の 変化率</p>	5

ね ら い	学 習 活 動 (: 教 師 : 生 徒)	指 導 上 の 留 意 点 お よ び 評 価	注
(10分)	$f(x) = x^2$ について、 $x = 2$ から $x = 3$ までの平均変化率を求める。 $x = 2$ における微分係数を求める	— 表現・処理 — 平均変化率、微分係数を計算できる。	
平均変化率、 微分係数の図 形的な意味を 理解する。 (5分)	平均変化率が直線の傾き、微分係数が接線の傾きであることを具体的な関数を使って確認する。 問題演習	— 数学的な考え方 — グラフの図形的な意味として、直線の傾きと平均変化率、微分係数を結びつけて考えることができる	6

(5) 指導のポイントと考察

2次関数のグラフを使って指導する方法もあるが、生徒にとって身近な速さについての考え方を使って興味をもたせたいと思った。平均の速さと瞬間の速さの違いを考えることによって、関数としての瞬間の変化率＝微分係数を考えさせたい。その過程で、極限の考え方「限りなく0に近づくが0でない」という考え方を直観的に理解させたい。

注について

- (注1) 生徒にとって身近なバイクについて取り上げ、学習に興味をもたせる。できるだけクラスの生徒を選び、通学に必要な距離と時間を扱うことによって、より身近に感じさせることを目的とする。途中経過は、信号での停止やスピードなど、こちらの都合のよいように変えてよい。
友達の例をあげることによって、興味を持ち、これからどんなことを学ぶのか関心を持って取り組んでくれる。信号での待ち時間、平均速度によるスピード違反の有無など興味をもってくれるだけでもよい。授業に対する意欲を観察することができる。
- (注2) 平均の速さについては既習済みであるが、復習を兼ねる。また、グラフでは時間の単位は分であるが、より一般的な時速に換算することも復習する。(ただし、生徒の習熟の程度に応じて分速でもよいと思う。その場合も、家から学校までの時速だけは確認させたい。)
- (注3) 瞬間の速さはどうやって測るか、と問うと、手元の速度メータを見る、きっとタイヤの回転数で計算しているんだろう、などいろいろ考えて答えてくれる。そこで、平均の速さを測る時間をどんどん少なくしていき、0ではないがほとんど0に近ければその瞬間の速さと考えてもよいのではないかと考えられるように生徒を誘導する。瞬間の速さについて考えるとき、「限りなく近づく」 \lim の記号の意味等、直観的に理解させる。
- (注4) 一般の関数のグラフを利用して、平均変化率の図形的な意味を直線の傾きを復習しながら考えていく。また、 x の値の変化を限りなく0に近付けることによって、瞬間の変化率を考えることができそれは図形的には、その点における接線の傾きに等しいことを導きたい。
平均の速さに対して瞬間の速さを考えるように、平均変化率に対して微分係数を「瞬間の変化率」と言い換えたほうが、平均変化率と微分係数の関係が理解しやすいと思い、指導している。
- (注5) 教科書にもどって、 $f(x) = x^2$ について、平均変化率、微分係数の計算をやってみる。余裕のある生徒には、さらに、問や練習問題等も積極的に取り組むよう促す。
- (注6) グラフ上にいくつかの直線を記入することによって、平均変化率が直線の傾きを表し、点Bを点Aに近づけることによって、直線がだんだん接線に近づくことを視覚的に提示する。