

数学 A

1 指導計画（数列 配当時間 27時間）

- (1) 数列と一般項（2時間 本時はその1時間目）
- (2) 等差数列とその和（4時間）
- (3) 等比数列とその和（4時間）
- (4) いろいろな数列の和（4時間）
- (5) 一般項の決定（5時間）
- (6) 数学的帰納法（4時間）
- (7) 二項定理（4時間）

2 本時の目標

- (1) 数の並びの中から条件を満足するものを見つけだし、それをグラフに表しながら数の間の規則性を法則化していく態度が見られる。また、数列の定義を知って、新しい規則にそった数列を見つけだすことができる。（関心・意欲・態度）
- (2) いくつかの4数の並びをグラフに描きながら、これらの数字の間の関係を視覚的に判断し、数式にまとめていくことができる。（数学的な考え方）
- (3) 日にちと回数との関係として、座標軸上に4点を取ることができ、直線の方程式を読みとることができる。また、等差数列の各項を初項と公差で表すことができる。（表現・処理）
- (4) 等差数列の一般項が初項と公差と項数の3つの数字で決まることを理解し、具体的な数列の一般項を求めることができる。また、定義に基づいた数列をつくることができる。（知識・理解）

3 対象

標準的な生徒

4 指導案

ねらい	学習活動（ : 教師 : 生徒 ）	指導上の留意点及び評価	注
<p>課題提示 -----</p> <p>あるサークルでは、夏休み（8月）の中から4日の活動日を決めて集まることになった。ただし、この4日はそれぞれの部員が忘れないようにカレンダー上で直線に並ぶ日にした。どんな4日の選び方があるか。いくつか抜き出して、それらの数の並び方から4数の簡単な表し方を見つけてみよう。（また、他にも変わった実数の並びも見つけてみよう。）</p>			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 曜日を指定したり、週を指定して、直線上の4日を見つけだす </div> <p style="text-align: center;">(10分)</p>	<p>実際に4日を書き上げさせて、どんな選び方があるかを書き出す。</p> <p>(ア) 2 3 4 5</p> <p>(イ) 1 8 15 22</p> <p>(ウ) 5 11 17 23</p> <p style="text-align: center;">など</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 関心・意欲・態度 縦、横の直線を引きながら何種類もの4数を見つける また、斜めの直線上のものにも気付いていく。 </div>	(1)-1
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> x軸に回数、y </div>	<p>これらの点をグラフ上にとってみよう。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> 表現・処理 日にちと回数との関係をもとに </div>	(3)-1

軸に日にちを取ることができる

(5分)

何種類もの4数を座標軸上に取ることができる

(5分)

グラフを見ながら、4数が直線的な並びであることに気付く。

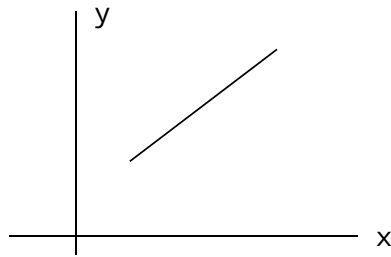
(3分)

直線の方程式が読みとれる。

(5分)

x回目と日にちyの間の関係が分かる。

(7分)



グラフ上では4数にどんな関係があるだろうか。

生徒の発表をとおして、この4数は座標平面上で一直線上にある点であることを確かめる。

yはxのどんな関係で表せるだろうか。

直線の方程式は、y切片と傾きで決まることを確認する。

直線の式を求めよう。

(ア) $y = x + 1$

(イ) $y = 7x - 6$

(ウ) $y = 6x - 1$

4数の並びに規則性はあるか。

同じ数(公差)だけ増えていくことをたしかめ、数列ではy切片の代わりに初項が必要であることに気づかせ、4数全てを知らなくても、この2つの数で4数がきまることを指導する。

2(初項)と1(公差)を使って3, 4, 5をあらわしてみよう。

数列についての基本的な表し方の決まりや有限、無限数列等についてまとめておく。

第1~第4項 a_1, a_2, a_3, a_4 を

調べる方法を考えさせる

何人かに発表させながら、他の人のものと比較させる。

— 関心・意欲・態度

自分で選んだ4数以外にも変わった4数の並びをグラフに書き込み、規則性を探そうとする。

(1)-2

できるだけ、生徒の活動する時間を確保し、直線性を意識させる。

(2)-1

— 数学的な考え方

グラフ上で4点が直線上に並んでいることを判断させる。

— 表現・処理

4点を通る補助線を加え、直線の式のy切片と傾きを読みとらせる。

(3)-2

2数の値や2点のだけで直線が決まったことに気付かせる。

— 数学的な考え方

各項の数字は、初項と公差で決まり、この2数で数列を表すことに気づく。

(2)-2

具体的な数字の関係から文字の間の関係へと進め、一般的な法則性を導く。

<p>a_n を a, n, d で表すことができる。</p>	<p>初項 a、公差 d を使ってあらわしてみよう。 第 n 項 a_n を a と d と n で表すことができないか。</p>	<p>知識・理解 等差数列の一般項の意味が分かる。</p>	(4)
(5分)	<p>$a_n = a + (n - 1)d$ の n の一次式で決まることを説明する。</p>	<p>表現・処理・意欲・態度 n の式として一般項を表現できる。</p>	(5)
<p>一般項を求めることができる。</p>	<p>次の数列の一般項 a_n を求めよ。 (イ) 1 8 15 22 (ロ) 5 11 17 23</p>	<p>関心・意欲・態度 負の整数や有理数について数列といえる並びを考え、一般項で表わせる。</p>	(1)-3
(5分)	<p>直線性に限定しない実数の選び方についても検討し、数列(規則性の存在)であるものを見つけてみよう。</p>		
<p>種々の数列が見つけだせる</p>			
(5分)			

5 指導のポイントと考察

領域「数列」は、4領域の中でも「数列」は、現代でも自然科学や社会科学の分野などで取り上げられ、古くから我々と親しみのある教材である。そして、具体的な素材から法則性を見つけだしていく方向は、数学的な考え方を進める上で大変重要な役割をになっている。この意味で、自己発見的な部分を基礎に数学的な組立かたを学び、発展的な思考方法を身に付けさせていきたい。

(1)-1 について

日常でカレンダーをマークしたとき、図や文字になることがあり、視覚的に直線性を持つマークの結果として等差数列ができることをもとに教材としてみた。

連続的な数字の並び(横並び)や同じ曜日の並び(縦並び)には、早めに気がつくが、斜めの並びについては以外に気がつかないと思われるのでじっくりと探させたい。

直線的に並ぶと限定してみたが、任意の4数を選んでみた後で直線的と限定してもよい。

(1)-2 について

意欲的に自分で探したデータと他の生徒の探したデータをあわせて、グラフ化することにより、より一般的な法則性を導いていくことを指導したい。

グラフにとる作業をとおして、4数がグラフ上でも直線的に並んでいくことに気付くものと思う。

基本的な右上がりの直線に結びつけて、一次関数として表されることをイメージさせたい。

(1)-3 について

数列の定義を確認させ、規則性のある数の並びを何種類かあげさせ、式としての表し方まで指導する。

等比数列、平方数の数列、有限・無限数列等も意識させて、数列の定義をしっかり理解させる。

(2)-1 について

点の並びから直線をイメージさせたい。必要であれば4点を結ばせることも指示したい。

4数の並びから同じ数だけ増えていくこと(規則性)に気付かせる。

直線の方程式は、 y 切片と傾きの2数で決まったことを確認しておく。

(2)-2 について

数列では、 y 切片ではなく、初項の重要性を示しておく。

数を並べながら、各項間の差(公差)をつかまえさせる。

数列については、初項と公差で各項が決まることに気付かせ、無限数列として指導をすすめる。

各項を初項と公差と項数で表すことを知り、一般式へと導く。

(3)-1 について

いろいろな4つの数字と回数の関係を調べるためには、表やグラフなどの視覚的に把握しやすいも
を利用することが有効な手段となることを指導したい。

グラフや表を使うにあたって、変数の決め方が重要になる。ここでは、単に回数をx軸に、日にち
をy軸にとることにした。

(3)-2 について

補助線を加えるなどして、すでに習っている直線の方程式についての理解を確認し、等差数列と結
びつける。

直線上の点は、直線の方程式と関係付けられていることを確かめる。

直線となる決め手が(ア)y切片と傾き(イ)1点と傾き(ウ)2点等であることを確認する。

実際に直線の式を読みとらせる。

(4)について

2、3、4回目の日にちを初項と公差を使って具体的に表すことで、一般項まで予想させる。

加える回数と項番号の間に1の差があることに気付かせる。

第n項がnの一次式で表されることを知り、初項と公差の必要性を認識する。

(5)について

問題をとおして、 $d > 0$ の場合の一般項を求めさせる。

$d < 0$ の等差数列にも触れながら、数列の定義についてまとめておきたい。

ここでは、無限数列として、数列を指導しておきたい。

6 評価プリントの利用

観点別の評価の一例として、学習プリントを4つの観点別評価点を意識して作成することが考えられる。
また、生徒が書き込みやすいように作業領域を大きく作ることに留意したい。

数列と一般項

学年 組 番 氏名

課題提示

あるサークルでは、夏休み(8月)の中から4日の活動日
を決めて集まることになった。ただし、この4日はそれぞれ
の部員が忘れないようにカレンダー上で直線に並ぶ日にした
い。どんな4日の選び方があるか。いくつか抜き出して、そ
れらの数の並び方から4数の簡単な表し方を見つけてみよう。
(また、他にも変わった実数の並びを見つけてみよう。)

1. いろいろな直線を描いてみよう。

関心意欲 (/)

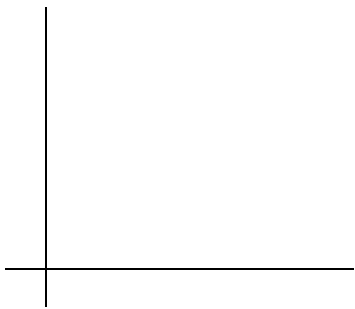
1	1	1
2 3 4 5 6 7 8	2 3 4 5 6 7 8	2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15	9 10 11 12 13 14 15	9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22	16 17 18 19 20 21 22	16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29	23 24 25 26 27 28 29	23 24 25 26 27 28 29
30 31	30 31	30 31

2. うえの中から4数をたくさん抜き出してみよう。

表現処理 (/)

(ア)	(カ)
(イ)	(キ)
(ウ)	(ク)
(エ)	(ケ)
(オ)	(コ)

3. 4数を点に対応させて、グラフに記入してみよう。 表現処理 (/)



いろいろな4数の関係を考えてみよう。

4. a_2, a_3, a_4 を a と d で表して見よう。(さらに、 a_n はどうなるだろうか。) 考え方 (/)

5. 次の数列の一般項 a_n を求めてみよう。 知識理解 (/)

- (1) 1, 8, 15, 22, ... (2) 5, 11, 17, 23, ...

6. 数列といえる数の並びをいくつかみつけてみよう。 関心意欲 (/)

一般項はどんな式で表されるかも考えてみよう。

- (1)
(2)
(3)

7 評価方法

生徒の総括的な評価を行うには、長期的な観察と補助的な評定簿が必要となる。ここでは、次のような評定簿を作成してみた。

組 番 氏名									
	関心・意欲・態度 20%		数学的な考え方 20%		表現・処理 30%		知識・理解 30%		合計
	評価方法	得点	評価方法	得点	評価方法	得点	評価方法	得点	
前期	プリント提出		プリント提出		プリント提出		プリント提出		/ 4
	小テスト						小テスト		/ 4
	ノート提出								/ 4
	レポート提出		レポート提出						/ 4
	観察								/ 4
			中間試験		中間試験		中間試験		/ 80

	換算点	換算点	換算点	換算点	/ 100
後 期	プリント提出	プリント提出	プリント提出	プリント提出	/ 4
	小テスト			小テスト	/ 4
	ノート提出				/ 4
	レポート提出	レポート提出			/ 4
	観察				/ 4
			期末試験	期末試験	期末試験
	換算点	換算点	換算点	換算点	/ 100
合 計	換算点	換算点	換算点	換算点	/ 100 評定

8 評価について

教科指導の中での評価は、授業中の学習と家庭学習（課題を含めた）及び定期試験結果を総合的に判断して行われる。授業を組み立てを基本として、評価をしていく一つの方法をここでは考えてみた。

まず指導案を、授業中の観点別の評価を意識しながら授業を組み立ててみた。特に授業の中で、数学的な考え方と興味・関心・意欲を評価するために、生徒の活動時間を充分に取り、発表する機会を設けて、生徒の学習への意識を高めていくことを主眼として作成した。その中で、個々の生徒をじっくり観察し、結果を一つの評価点として利用していくことが出来る。

次に、今までも学習プリント等を利用しながら授業を進めていくことがあったが、この学習プリントも評価を意識して作成した指導案に沿って作成していくことが重要であり、それを使って授業を進める中で、意欲を喚起する指示・発問を工夫していくことが大切である。そして、学習プリント回収後、各問に設定した評価点によって、評価の一要素とすることが出来る。

更に、定期試験の問題作成にあたって、知識・数学的考え方・表現の各評価項目の割合を考慮しながら作成することが、生徒の総合的な評価を可能にする。

本校では、評価の内規として観点別評価（関心意欲）に2割の配分をしているので、教科内の評価の方法として、上記評定簿（案）を作ってみた。上の例では前期の中に学習プリント（1回分）、小テスト、ノート提出、レポート提出、観察、定期試験の6つの項目に分け、得点分けを試みたが、このままでは関心・意欲の評価が実質2割にならない。実際には、換算点をつける時点で最終調整をすればよい。また、項目の中の評価割には、教科の先生方の考え方を反映する形で同一步調で行う必要性があり、年度当初での教科内での打ち合わせが重要な役割を担う。

これ以外に評価の方法として、自己評価を取り入れたり、事前事後テストの比較による個人の達成度の評価法なども考えられるのではないだろうか。