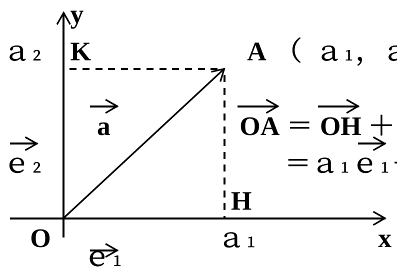
数学B

1　指導計画（ベクトル　　配当時間３０時間）
 (1) 平面上のベクトルとその演算（１２時間）
 　① 有向線分とベクトル（１時間）
 　② ベクトルの演算（３時間）
 　③ ベクトルの成分（１時間）〈本時〉
 　④ ベクトルの内積（４時間）
 　⑤ 問題演習（３時間）
 (2) ベクトルの応用（８時間）
 (3) 空間のベクトル（１０時間）

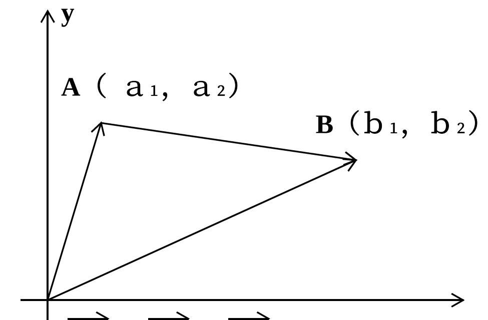
2　本時の目標
 (1) 座標平面上のベクトルを x 軸方向、ｙ軸方向の単位ベクトルを用いて表せることに関心を示し、意欲的に考えようとする。（関心・意欲・態度）
 (2) 平面上のベクトルを基本ベクトル $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ を用いて表すことができ、始点を原点 O（０，０）にとると終点の座標で表示できることを発見する。（数学的考え方）
 (3) ベクトルを成分で表すことができ、大きさを成分を使って求めることができる。（表現・処理）
 (4) 成分で表したベクトルの和・差・実数倍を計算できる。（表現・処理）
 (5) ベクトルの分解を成分の計算で取り扱うことができる。（知識・理解）
 (6) 座標平面上で定義されたベクトルの性質を用いて図形の考察をすることができる。（知識・理解）

3　対象　２年生理科系へ進学希望クラスの生徒

4　指導案

ねらい	学習活動　（○：教師 ●：生徒）	指導上の留意点及び評価	注
前時の確認 （５分）	○ １つのベクトルは２つの方向のベクトルで分解できる ● 座標平面上では２つの方向をどの方向にしたらよいかを発表する。	・平行四辺形の対角線を２辺を用いて分解する 関心・意欲・態度 ２つの方向をどのようにとると良いか、意欲的に考える。 ・色々な方向を発表させる。	
ベクトルの成分表示ができることを認識する	○ ｘ軸方向，ｙ軸方向の２つの方向で座標平面上基本ベクトル $\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$ を用いて任意のベクトル $\vec{a}$ が表せることを説明し、成分表示できることを示す。 $\vec{a}=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2$ $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ a_1：ｘ成分　　a_2：ｙ成分 $\vec{e}_1=(1,\ 0)$　$\vec{e}_2=(0,\ 1)$ $\vec{0}=(0,\ 0)$	 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OK}$ $=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2$ 数学的考え方 ベクトルの表現方法として座標平面上の終点の座標を用いることの良さがわかる ・終点 A（ a_1，a_2）と同じ記号であることを注意させる。	1 2 3

ねらい	学習活動　（○：教師 ●：生徒）	指導上の留意点及び評価	注
ベクトルの相等がわかる 大きさを求める （１０分）	●$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ とするとき $\vec{a}=\vec{b}$ となるのはどんなときか考える ○ $\vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow a_1=b_1 \quad a_2=b_2$ を示す ●$\vec{a}=(a_1, a_2)$ のとき、大きさは $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ となることを確認する	・終点が一致していることが等しい２つのベクトルになることを気付かせる。 ・特に $(a_1, a_2)=\vec{0}$ $\Leftrightarrow a_1=0 \quad a_2=0$ ・三平方の定理を用いて解くことを導く。 表現・処理 ２つのベクトルの相等が成分表示でわかり大きさを求めることができる	
和・差・実数倍を成分表示で計算する ベクトルの分解を成分の計算で取り扱う （１５分）	○$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ のとき、基本ベクトルを用いて和、差、実数倍を成分で表してみよう。 ● ①$(a_1, a_2)+(b_1, b_2)$ $=(a_1+b_1, a_2+b_2)$ ②$k(a_1, a_2)=(ka_1, ka_2)$ ③$h(a_1, a_2)+k(b_1, b_2)$ $=(ha_1+kb_1, ha_2+kb_2)$ となることを確認する 問 $\vec{a}=(1, 1)$, $\vec{b}=(1, -1)$ $\vec{p}=(5, 1)$ のとき、 $\vec{p}=h\vec{a}+k\vec{b}$ の形に表せ。 解法：$(5, 1)=h(1, 1)$ $+k(1, -1)$ $=(h+k、h-k)$ $5=h+k$, $h-k=1$ を解いて ∴ $h=3 \quad k=2$	・$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}$ $\vec{b}=b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}$ $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1)\vec{e_1}$ $+(a_2+b_2)\vec{e_2}$ ∴ $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1, a_2+b_2)$ 以下同様 ・基本ベクトルの一次結合だけでなく図によっても示す 表現・処理 和・差・実数倍を成分表示で計算できる ・差は $h=1$, $k=-1$ として示す 意欲・関心・態度 課題に関心を持ち意欲的に取り組む ・$\vec{a}\neq 0$, $\vec{b}\neq 0$, $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ のとき $\vec{p}=h\vec{a}+k\vec{b}$ ：１通りに決まることを成分を使って表す 知識・理解 ベクトルの分解を成分を用いて計算できる	4 5

ねらい	学習活動　（○：教師 ●：生徒）	指導上の留意点及び評価	注
ベクトルを用いて図形の性質を考察する （１５分）	問　２点**A**（２，３），**B**（５，１）において $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ の成分，大きさを求めよ。 解法：$\overrightarrow{\mathbf{AB}}=\overrightarrow{\mathbf{OB}}-\overrightarrow{\mathbf{OA}}$　より ＝（５，１）－（２，３） ＝（３，－２） $\left\|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right\|=\sqrt{3^2+(-2)^2}$ $=\sqrt{13}$ 問　４点**A**（－１，４），**B**（３，－１），**C**（１０，２），**D**（６，７）を頂点とする四角形は平行四辺形であるか。 解法：$\overrightarrow{\mathbf{AD}}$ ＝（６－（－１），７－４） ＝（７，３） $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$ ＝（１０－３，２－（－１）） ＝（７，３） であるから　$\overrightarrow{\mathbf{AD}}=\overrightarrow{\mathbf{BC}}$ つまり　**AD** ＝ **BC** かつ　**AD** ⫽ **BC** よって、四角形 **ABCD** は平行四辺形である	・図形的性質を予想させる。  $\overrightarrow{\mathbf{AB}}=\overrightarrow{\mathbf{OB}}-\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ ＝（b_1－a_1，b_2－a_2） ・平行四辺形は１組の対辺が平行、かつ等しいことを示す 知識・理解 座標平面上でのベクトルの性質を用いて図形の考察をすることができる	6 7
まとめ （５分）	○ベクトルの成分表示についてまとめ、整理する	・疑問点、不十分な点を明確にさせる	

5　指導のポイント

(1) ベクトルは最初、有向線分という幾何学的対象として定義されたが、成分表示することにより２次元の数ベクトルという代数的な概念と同一視することができる。これを用いることによってベクトルの代数的な取り扱いが容易になる。

(2) 基本ベクトルの１次結合のみの説明だけでなく、図形的な意味も示すことによって鮮明な印象を与えることもできる。

注１について

ベクトルのｘ軸、ｙ軸方向への正射影で考えることになる。ベクトルの成分表示にはベクトルのｘ軸・ｙ軸上への正射影を用いて表すことが考えられるが、１つのベクトルが $\overrightarrow{\mathbf{O}}$ でなく、平行でない２つのベクトルで分解できることから、ｘ軸方向に a_1，ｙ軸方向に a_2 倍の基本ベクトルの１次結合で表すことの説明の方が理解しやすいと思われる。

注２について

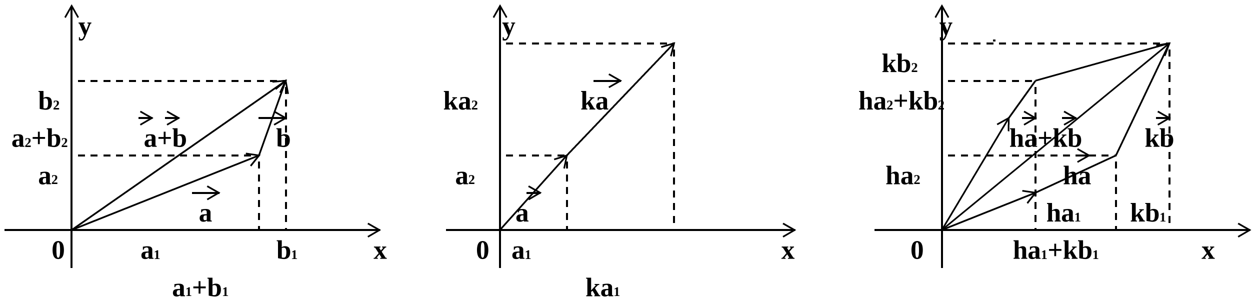
ベクトルの始点を原点にとると終点の座標がベクトルの成分表示と同じ表し方となる。このとき、座標平面上の点とベクトルが１対１に対応していることとなる。

注３について

ベクトルは大きさと方向を持つ量として定義してきたが、$\overrightarrow{\mathbf{O}}$ については方向を考えないとしてきた。しかし、$\overrightarrow{\mathbf{O}}$ ＝（０，０）と表すことによって、他のベクトルと同様に取り扱える。

注４について

成分表示されたベクトルの和・差・実数倍が成分ごとの和・差・実数倍となることを基本ベクトルの１次結合で表す。また、図を使って表すことによってより理解を助けることになると思う。



注５について

別解として　基本ベクトルで　$\vec{e}_1=(1,\ 0)$　$\vec{e}_2=(0,\ 1)$　とすると

$\vec{a}=\vec{e}_1+\vec{e}_2$　　$\vec{b}=\vec{e}_1-\vec{e}_2$　　で　あるから、

$\vec{e}_1=1/2(\vec{a}+\vec{b})$　　$\vec{e}_2=1/2(\vec{a}-\vec{b})$

$$\vec{p}=5\vec{e}_1+\vec{e}_2$$
$$=5\times\{1/2(\vec{a}+\vec{b})\}+1/2(\vec{a}-\vec{b})$$
$$=3\vec{a}+2\vec{b}$$

注６について

$\overrightarrow{AB}$ を平行移動して、始点を原点としたとき座標平面上で終点の座標が $(b_1-a_1,\ b_2-a_2)$ となることからも示すことができる。

注７について

四角形 ABCD が平行四辺形であることを示すには、$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ を示せば AD ＝ BC かつ AD ∥ BC を示したことになるが、４点が同一直線上にあるときは明らかに $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ となり四角形は存在しない。$\overrightarrow{AB}=(4,\ -5)\neq(7,\ 3)$ とすれば完全であるが、この問題においては４点が同一直線上にはないことを前提としている。

６　考察

「数学Ｂ」の目標は「数学Ⅱ」での事象を数学的に考察し、処理する能力を育てるから、その能力を伸ばすことにある。つまり、数学的な考え方や表現、数学的処理の仕方について「数学Ⅱ」までの学習で育った能力を「数学Ｂ」の指導においてはさらに発展的に伸ばすことを目指している。「数学Ｂ」は、４単位相当の内容で構成されており、標準単位は２単位である。「数学Ｂ」は「数学Ⅱ」の発展として、数学の学習の広がりと深まりを持たせるために、履修に当たっては、生徒の実態や単位数に応じて、適宜選択させることになっている。そして、将来特に、数学を必要とする生徒に対してより広い数学の分野にわたってその能力を高め、理解を深めるのに役立つ内容を重視しているわけであるが、４分野のうち標準単位数の２単位の選択履修をする場合「ベクトル」、「複素数と複素数平面」の選択が多いと思われる。また、一方では、広い数学の分野にわたる一般的な教養を身につけるという点においては、４分野から基本的なものを精選して指導することも考えられる。

履修においては「数学Ⅱ」と並行履修あるいは「数学Ⅱ」を履修した後に履修することになる。本来これらは別々の科目であるので、並行履修することが一般的ではあるが、週２時間の授業では継続的な学習が難しい点もあり、数学Ⅱ・Ｂをあわせた指導計画が必要ではないかと思われる。一例として、①図形と方程式（Ⅱ）②ベクトル（Ｂ）③三角関数（Ⅱ）④指数関数と対数関数（Ⅱ）⑤複素数と複素数平面（Ｂ）⑥微分法・積分法（Ⅱ）等があげられる。

今回「ベクトル」を扱ったのは、ベクトルの概念は、数学において重要なばかりではなく他の科学においても有用であり、現代の科学を理解する上できわめて重要な役割をもっているからである。従来の「代数・幾何」では、平面上のベクトルと空間におけるベクトルと分けていた。　「数学Ｂ」で２つの内容をまとめたのは、ベクトルが次元に関わりなく統合的に利用できることの理解に重点を置いたためであると思われる。ベクトルの成分表示は、空間ベクトルにおいても同様な指導になるためこ

こでの指導は重要となる。座標平面上での点、図形の理解が十分できている生徒にとっては平行条件等も成分で表せることを示してもよいだろう。注４については、板書するのは時間的に難しい点もあるので、ＯＨＰを利用するほうがよかったかもしれない。また、ベクトルを用いての図形の性質の考察では、３点Ａ、Ｂ、Ｃの座標を与えて、△ＡＢＣが正三角形となることを示す程度でも時間を考慮した上で問の入れ替えもできた。

７　評価

まず、「関心・意欲・態度」に関わる評価であるが、次のような質問用紙の利用が考えられる。

＊質問用紙

この授業について、次の項目に回答して下さい。自分でもっとも近いと思うものを１つ選びその番号を○で囲みなさい。

ア 全く違う　イ 少し違う　ウ どちらともいえない　エ だいたいそうだ　オ 全くそうだ

１　図を使ってみるとおもしろかった
２　ベクトルを座標を用いて表すとすぐに計算ができておもしろかった
３　ただ覚えるだけでなく、考え方も十分の見込むことができた
４　ベクトルで図形の性質も調べられ、考えが広がっていくのがおもしろかった
５　自分で公式や法則を見つけようと努力した
６　積極的に授業に取り組んだ
７　普段の授業でも式を使ったり、図で考えたりすればもっとわかるようになると思う
８　自分で大きさを計算することができ、三平方の定理の利用だとわかってうれしかった
９　自分でも熱心に図を書いた
１０　数学の他の内容でも、自分で公式や法則を見つける勉強をしていきたい

観点 ①　関係や法則、性質を発見的に導く体験に興味や関心を示すこと（項目２,5,8,１０）
②　主体的、能動的な態度で学習を進めること（項目６，９）
③　作業そのものに興味を示すこと（項目１）
④　学習内容が理解しやすいこと（項目７）
⑤　具体的なものから抽象化されていく思考のすじ道がわかりやすいこと（項目３，４）

この質問用紙で、その授業・単元における「関心・意欲・態度」を評価できる。しかし、これだけで点数化することは難しいので、ノート提出・レポート提出等を合わせて「関心・意欲・態度」の評価とすべきだろう。

さらに、この質問用紙は一人一人の自己評価の推移をみることに使用することも可能である。質問の結果をア－－－１点，イ－－－２点，ウ－－－３点，エ－－－４点，オ－－－５点として集計をして平均値を出してみる。一人一人の単元別・分野別で下記のような表にしてみると、

NO.　１　浅川秀樹

観　点		①	②	③	④	⑤
項　目		２　５　８　１０	６　９	１	７	３　４
分野	平面上のベクトル	３．５	４．０	４．０	４．０	４．０
	ベクトルの応用	３．０	３．５	３．０	３．０	３．０
	：	：	：	：	：	：
	複素数	４．０	４．０	４．０	４．０	４．０
	：	：	：	：	：	：

とできる。

この表により１つの分野における１つの観点が３．５以上であれば、その授業に関心をもったり、進んで考えてみようという態度で臨んだと評価してもよいだろう。また、分野ごとの平均値を比較することによって、どの分野に対して強い関心を持って取り組み、どの分野ではあまり関心を示さなかったかも評価することができる。

次に、「数学的な考え方」に関する評価である。問題を解決してゆくときにどのような公式・定理により解を導いてゆくのか等の論理的思考力を評価するのであるが、具体的に本時においては、以下の問題を小テストとして実施することにより評価した。

＊小テスト

１）$\vec{a}+\vec{b}$＝（４，３）、$\vec{a}-\vec{b}$＝（２，－１）のとき、$\vec{a}$，$\vec{b}$の成分と大きさを求めよ。
２）$\vec{a}$＝（２，－１）、$\vec{b}$＝（ｘ，３）とする。$\vec{a}$／／$\vec{b}$となるとき、ｘの値を求めよ。

３つ目の観点「表現・処理」に関する評価は、机間巡視を行うなかで、ノート整理の仕方、問題解答方法における記号、式の扱い方を観察し評価した。時間的制限や主観的となりやすい点など、公平さには十分気をつけたい。

最後に「知識・理解」に関する評価は、平面ベクトルとその演算（１２時間）の問題演習の１時間を節末テストとして実施し、知識・理解度を計った。

総合的には、節末テスト８０％　他の３つの観点における評価２０％という割合で行われる。さらに、各学期ごとの評価は定期試験、確認テスト、レポート提出などが基準となる。試験による得点が評価の大きな部分を占め「知識・理解」に関する点がやはり強調されるが、「関心・意欲・態度」「数学的な考え方」に関する評価を点数化するというのはなかなか難しい。８：２の割合で実施している教科が多いようであるが「知識・理解」に関する得点＋アルファで評価するということもできるのではないか。また、試験問題の作成の工夫によっては４つの観点を別々に評価することも考えられる。