

【指導の狙い】

実験による測定を通して、球の体積を実感を伴って理解できるようにする。

円錐、球、円柱の体積の関係を調べ、それらの体積について理解を深めることができるようにする。

【授業アイデア例】

球の体積を実験から求めてみよう。

1. 球の体積の求め方を考える。



図1のような半径が r の球の体積を求めてみましょう。
どのように調べればいいのでしょうか。

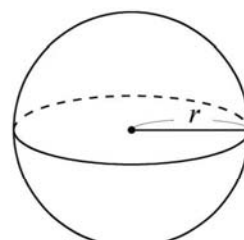


図1

1 杯



2 杯



3 杯



実験1 円錐から円柱に水を移す



以前、円錐と円柱の体積を比べる実験をしました。
同じように実験してみるといいと思います。



実験1のように円錐に水を入れて円柱に移すと
ちょうど3杯でいっぱいになりました。

円錐の体積 : 円柱の体積 = 1 : 3



円錐の体積を求めるとき、円柱の体積と比べましたね。
球の体積を求めるために図2のように球がぴったりと入る
円柱の体積と比べてみましょう。

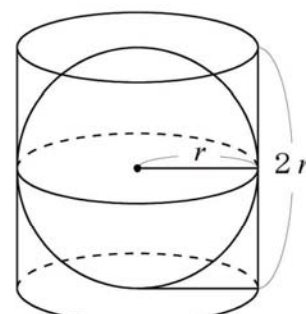


図2

2. 球の体積と円柱の体積を実験で比べる。



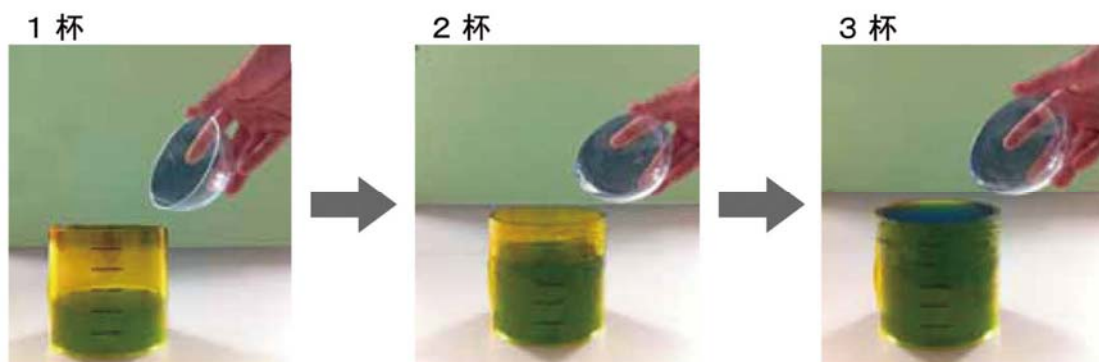
実験2のように半球の容器に水をいっぱいまで入れて、円柱の容器に
移すと何杯でいっぱいになるか実験してみましょう。

問題の概要

A ⑤(4) 球と円柱の体積を比較し、正しい図を選ぶ。

学習指導要領における領域・内容

[第1学年] B 図形 (2) ウ (平成20年告示)



実験2 半球から円柱に水を移す

半球ちょうど3杯で円柱がいっぱいになりました。



円錐のときと同じだね。半球の体積を1とすると、円柱の体積は3ということだね。

半球の体積：円柱の体積 = 1 : 3



半球の体積の2倍が球の体積だね。

球の体積：円柱の体積 = 2 : 3



円柱の体積を基にすると、球の体積は $\frac{2}{3}$ であることが分かるね。

実験から、球の体積は円柱の体積の $\frac{2}{3}$ である。

3. 実験の結果から球の体積を求める式を考える。



図2の球の体積を求める式を考えてみましょう。

円柱の底面の半径は r 、高さは球の直径と等しいから $2r$ です。



円柱の体積は(底面積) × (高さ)で求めることができました。

円柱の体積は、 $2\pi r^3$ です。

実験から、球の体積 V は、 $\frac{2}{3} \times (\text{円柱の体積})$ で求めることができる。

つまり、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ となる。

球の体積の求め方 球の半径を r 、体積を V とすると、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

4. 円錐、球、円柱の体積の関係を実験を基に考える。



円錐、球、円柱の3つの立体の体積の関係について調べてみましょう。
図3は、円柱の中に円錐と球がぴったり入った状態を表しています。このとき、円柱と円錐の高さは $2r$ で等しく、球の直径も $2r$ です。

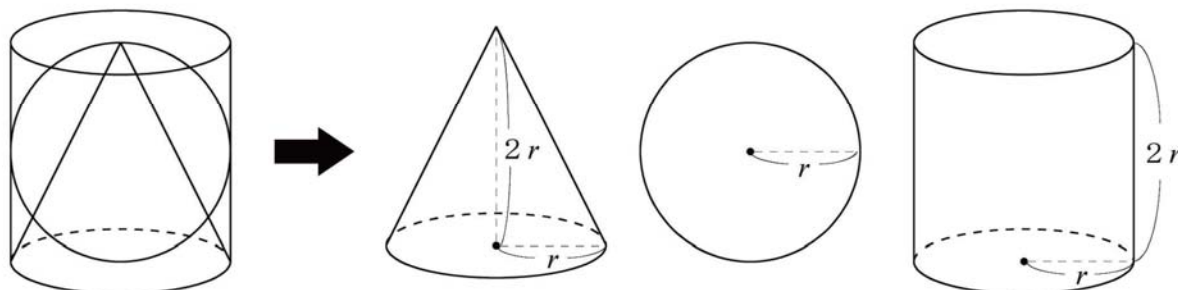


図3



円錐と円柱、球と円柱の体積を比べたけれど、それじゃ、円錐と球の体積を比べるとどうなっているんだろう。



円錐と円柱の体積を比べると1 : 3、半球と円柱の体積を比べても1 : 3だったから、円錐の容器に水をいっぱいまで入れて半球の容器に移すと、ちょうどいっぱいになるはずだね。



こんなに形が違うのに本当かな。実験して調べてみよう。



実験3 円錐から半球に水を移す

円錐の体積 : 半球の体積 = 1 : 1



円錐と球の体積を比べると、1 : 2になるね。



円錐と円柱の体積を比べると1 : 3だから、球の体積と円柱の体積は2 : 3ということが分かります。



円錐と球と円柱の体積の関係は、簡単な比で表すことができましたね。

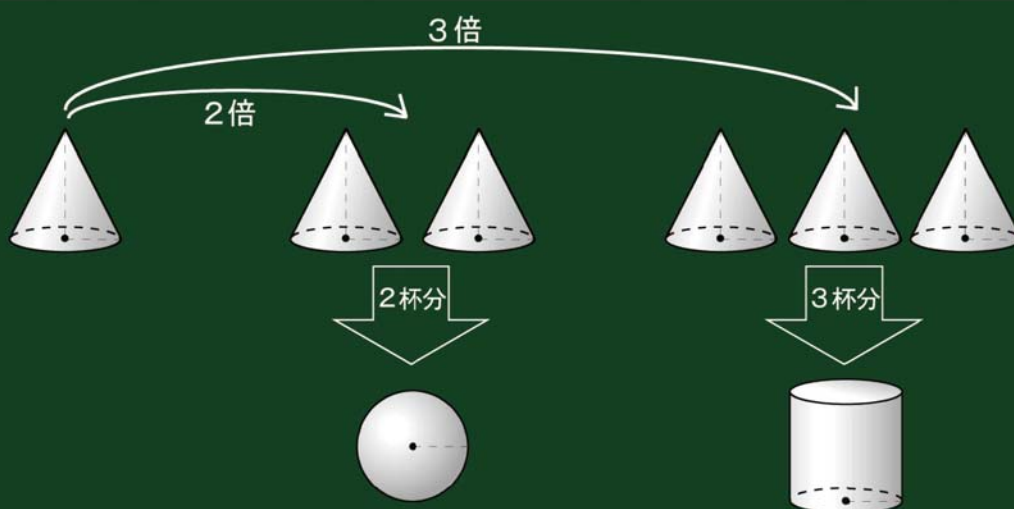


図3 のような関係の円錐，球，円柱のそれぞれの体積について比べると，

円錐の体積：球の体積＝1：2

円錐の体積：円柱の体積＝1：3

球の体積：円柱の体積＝2：3

になっている。

【留意点】

- 実験に際しては，教師が一方的に演示するだけではなく，生徒が自ら実験する機会を設定することで実感を伴った理解を促すように配慮することが大切である。
- 実験の結果に基づいて，円錐・球・円柱の体積の関係について考察し，それらの体積についての理解を深めることが大切である。なお，公式を用いて円錐・球・円柱の体積の関係を考察することも考えられる。
- 平成19年度調査A[5](4)では，円錐と円柱の体積の関係について，円柱の水を円錐に移した場合に円錐いくつ分になるかについての理解を問う問題を出題した。正答率は38.1%であった。また，平成20年度調査A[5](2)では，円錐と円柱の体積の関係について，円錐の水を円柱に移したときに円柱の体積の $\frac{1}{3}$ になることの理解を問う問題を出題した。正答率は52.4%であった。この結果からも，円錐・球・円柱の体積について実験を通して実感を伴って理解できるようにすることが大切であるといえる。
- 平成20年告示の学習指導要領で新規に示され，平成23年度については移行措置によって指導することになった内容である。