

「反例をあげて説明しよう」

～事柄が成り立つかどうかを判断して理由を説明する～

事柄が成り立つかどうかを判断して理由を説明する際に、複数の例から判断したり、それぞれの場合に応じた説明の仕方を考えたりすることが大切です。しかし、事柄が成り立たない場合の判断や説明に課題が見られました。

そこで、本アイデア例では、事柄が成り立たないことを判断して理由を説明するためには、反例を1つあげて、それを根拠とすればよいことを理解できるようにする指導事例を紹介しています。

授業アイデア例

事柄が成り立つかどうかを判断して理由を説明しよう。

1. 具体例を複数あげて、事柄が成り立つかどうかを判断する。

問題 2つの偶数の和は、偶数になりますか。



教師

2つの偶数の和は偶数になるかどうか、具体的な数で考えてみましょう。



2つの偶数を4と6とすると、 $4 + 6 = 10$ となり、10は偶数だから成り立つと思います。

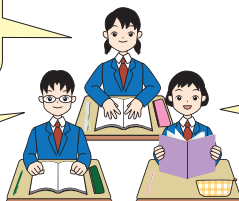


1つの例だけで成り立つといってもいいのかな。



2と偶数の和は、 $2 + 0 = 2$ 、 $2 + 2 = 4$ 、 $2 + 4 = 6$ となるから、成り立ちそうです。

いつでも成り立つことを示すためには、文字を使って説明すればいいと思います。



他の偶数どうしの和でも、 $4 + 4 = 8$ 、 $-10 + 28 = 18$ 、 $-6 + (-8) = -14$ のようになるから、成り立ちそうです。

2. 事柄が成り立つと判断した場合には、文字を用いて説明する。



2つの偶数の和は偶数になりそうですね。文字を使って説明してみましょう。



いつでも成り立つことを示すためには、2つの偶数を $2m$ 、 $2n$ として説明すればいいね。



偶数であることをいうには、 $2 \times (\text{整数})$ の形をつくればいいね。

m, n を整数とすると、2つの偶数は、 $2m, 2n$ と表される。このとき、その和は、
 $2m + 2n = 2(m + n)$
 $m + n$ は整数だから、 $2(m + n)$ は偶数である。したがって、2つの偶数の和は、偶数である。

2つの偶数の和はいつでも偶数になることを、文字を使って説明できたね。



和の場合が成り立つのなら、差や積、商の場合でも成り立つのかな。



3. 他の場合についても調べる。



いいことに着目しましたね。差や積など和以外の場合についても調べてみましょう。



2つの偶数の差も、 $6 - 2 = 4$ 、 $18 - 10 = 8$ となるから、成り立ちそうです。

積の場合も、 $2 \times 4 = 8$ 、 $6 \times 12 = 72$ となるから、成り立ちそうです。



文字を使うと、 $2m - 2n = 2(m - n)$ となって、「差が偶数になる」と説明できます。

文字を使うと、 $2m \times 2n = 2 \times 2mn$ となって、「積が偶数になる」と説明できます。



B ②(3) 反例をあげて説明すること

B ②(3) 正答率 44.9% 予想された事柄が成り立たないことを判断し、その事柄が成り立たない理由を説明する。

〔第2学年〕

A 数と式 (1) イ, ウ

4. 事柄が成り立たないと判断した場合には、反例を1つあげ、それを根拠として説明する。



商の場合も、 $4 \div 2 = 2$ 、 $8 \div 4 = 2$ となるから、2つの偶数の商はいつでも偶数になると思います。



でも、 $6 \div 2$ を計算すると3になるけど、3は偶数ではありません。

$4 \div 6 = \frac{2}{3}$ という場合もあります。



商が偶数にならない場合があるから、成り立たないと思います。



商が偶数になる場合もあるから、成り立つということだと思います。

いつも商が偶数になるわけではないから、成り立たないということだと思います。



数学では、例外なく成り立つことを「成り立つ」といいます。なので、成り立たない例が1つでもある場合は、「成り立たない」といいます。



そうなんだ。それならこの場合は成り立たないということですね。



成り立たない例のことを「反例」といいます。事柄が成り立たないことを適切に示すには、反例を1つあげてそれを根拠として説明します。その際、「(反例をあげる)。したがって(説明する事柄)とは限らない。」のように簡潔に説明しましょう。



反例をあげることが、説明になるんですね。

2つの偶数が、例えば、6、2のとき、 $6 \div 2$ を計算すると、商は3となり、偶数ではない。
したがって、2つの偶数の商は、偶数になるとは限らない。



自分でも、実際に反例を1つ見つけて成り立たないことを説明してみましょう。

本授業アイデア例 活用のポイント

- 本アイデア例において、和について調べた後に差や積、商を調べたように、「偶数」を「奇数」に変えて発展的に考察したり、「対角線の長さが等しい四角形は長方形である」という事柄が成り立たないことを図で反例をあげて説明したりする活動を取り入れることも大切である。
- 偶数の四則計算の結果について予想する導入場面を設定し、予想した事柄について「成り立つ」か「成り立たない」かを判断して理由を説明するように授業を展開することも考えられる。