

「全校生徒でウェーブをするのにかかる時間を予想しよう」

～日常的な事象における2つの数量の関係を数学的に捉え活用する～

実生活の様々な場面に対応して問題を解決できるようにするために、事象を理想化・単純化してその特徴を的確に捉え、数学を用いて解決した結果を事象に即して解釈することが大切です。

そこで、本アイデア例では、ウェーブをする人数と時間の関係をグラフに表し、グラフの点が原点からほぼ直線上にあるとみることができるとき、その関係が比例であると仮定して問題を解決できるようにする指導事例を紹介しています。

授業アイデア例

< 1 時間目 >

ウェーブをする人数とかかる時間の関係を見いだそう。

1. 事象の特徴を捉える。



体育祭で全校生徒320人が一列に並んでウェーブをします。このとき、ウェーブをするのにかかる時間を予想してみましょう。



今、全校生徒で実際にウェーブをするのは無理ですね。何人かでウェーブをした結果を基に、ウェーブをするのにかかる時間を工夫して求められないかな。



人数が多ければ時間がかかります。人数が倍になると、かかる時間も倍になりそうです。

ウェーブのやり方

隣りの人が立ち始めたら、自分も立つ。そのとき、腕を高く上げる。きちんと立ったら座る。



2. データをとる。



実際にウェーブをする人数を決めて、ウェーブをするのにかかる時間を調べてみましょう。



人数を増やしながら調べてみよう。



何回か測って平均をとってみよう。



タイミングよく立てなかったから、もう一度やってみよう。



3. 結果を整理し、関係を見いだす。



調べたデータをわかりやすく表して、人数と時間の関係を調べてみましょう。

表をつくって考えます。

式に表して考えます。

グラフに表して考えられないかな。

人数を x (人)、時間を y (秒) としてまとめてみよう。



表にまとめると、次のようになりました。

ウェーブをする人数とかかる時間

人数 x (人)	0	6	12	18	24	30	36
時間 y (秒)	0	1.4	2.9	4.1	6.0	6.8	8.4



6人	1.4秒
12人	2.9秒
18人	4.1秒
24人	6.0秒
30人	6.8秒
36人	8.4秒

ウェーブをする人数が0人だと、かかる時間も0秒だね。



B 3 (2) 日常的な事象を数学的に解釈すること

B 3 (2) 正答率 63.0%

事象を理想化・単純化して問題解決した結果を、事象に即して解釈し、2つの数量の関係を数学的に説明する。

[第1学年]

C 関数 (1) ア, ウ, エ



表をグラフにすると右のようになりました。



グラフからどのようなことがわかりますか。



グラフの点が、だいたい直線に並んでいるように見えます。



その直線は原点を通りそうです。



ということは、比例の関係にあるといえると思います。



何と何が比例しているといえますか。

人数と時間が比例の関係にあります。



「ウェーブをするのにかかる時間」は「ウェーブをする人数」に比例していると思います。



そうですね。みなさんの意見にあったように、グラフの点が原点からほぼ直線上に並んでいることから、時間は人数に比例しているとみなすことにしましょう。



それでは、「人数と時間のグラフ」に直線をかき込んでみましょう。

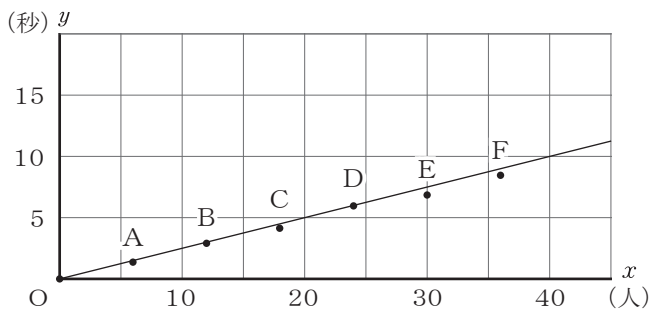


原点 $O(0, 0)$ と点 $D(24, 6)$ を通る直線をかくと、下のようになりました。

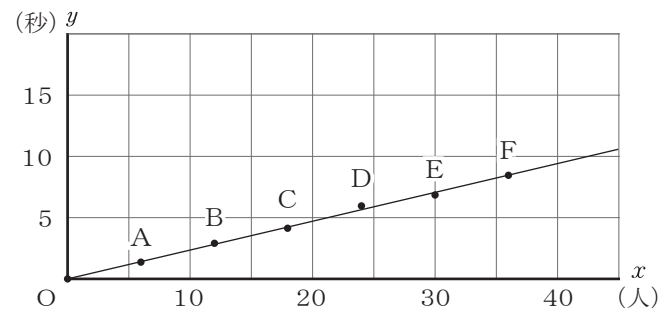
原点 $O(0, 0)$ と点 $F(36, 8.4)$ を通る直線をかくと、下のようになりました。



原点 O と点 D を通る直線



原点 O と点 F を通る直線



直線の近くに多くの点があるように見えるから、原点 O と点 F を通る直線で考えてみたいです。



次の時間に、原点 O と点 F を通る直線を使って、全校生徒でウェーブをするときにかかる時間を求めてみましょう。

全校生徒がウェーブをするのにかかる時間を予想しよう。

4. 時間を求める方法を考え、かかる時間を予想する。



前回かいたグラフを基に、全校生徒がウェーブをするのにかかる時間を求めるにはどうしたらいいでしょうか。



実際に直線にかくことで、全校生徒がウェーブをするのにかかる時間を求められないかな。

グラフから式を求めて、全校生徒がウェーブをするのにかかる時間を求められないかな。



320人だと、前回かいたグラフを延ばす必要があるね。グラフをかき直してみよう。

比例の関係だから、 $y = ax$ という式になります。



比例定数を求めればいいね。

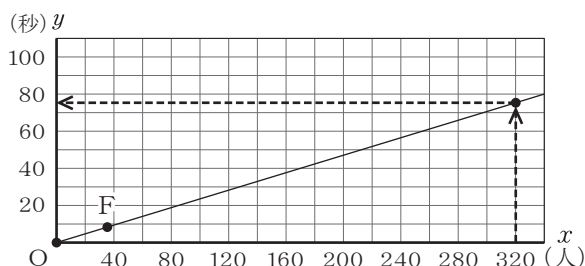


グラフや式を用いてかかる時間を求めてみましょう。



私は、 $x = 320$ の場合も y の値がわかるようにグラフを延ばしました。そして、 $x = 320$ のときの y 座標を読んで、全校生徒がウェーブをするのにかかる時間をおよそ75秒と求めました。

私は、比例のグラフが点 F (36, 8.4) を通ることから、その値を $y = ax$ の式に代入しました。そして、 $8.4 = a \times 36$ となることから、比例定数を $\frac{8.4}{36} = \frac{7}{30}$ と求めました。



比例の式は、 $y = \frac{7}{30}x$ です。



$x = 320$ を式に代入すると、 $\frac{224}{3}$ なので、およそ75秒になります。



どちらの方法でも、全校生徒がウェーブをするのにかかる時間はおよそ75秒と求められました。



全校生徒320人でウェーブをしなくても、数学を使うことで、かかる時間を予想することができましたね。

実際にやって予想を確かめてみたいです。



5. 結果を確かめる。



それではみんなで輪をつくり、320人分のウェーブをして、かかる時間を実際に確かめてみましょう。



身の回りにある2つの数量の関係を比例とみなし、問題解決に生かすことができましたね。他にも、同じように比例や反比例を使って問題解決できる場面がないか探してみましょう。



本授業アイデア例 活用のポイント

- 自分たちで得たデータを用いたり、グラフの直線のひき方によって予想できる時間は異なることを確認したりする活動を通して、比例とみなすことの意味を実感を伴って理解できるようにすることが大切である。
- ウェーブにかかる時間を測る際には、同じ人数の場合を何回か測定し、その平均をとるなどの工夫をすることが大切である。
- 最後の人が立ち始める前までにかかる時間を y 秒とすると比例になるが、最後の人が座るまでを y 秒とすると一次関数とみることができる。本アイデア例では、最後の人が立ち始めてから座るまでの時間は無視できるものとして比例とみなしている。
- ウェーブのように、事象における2つの数量の関係を比例とみなして問題解決できる他の事象（例えば、水を入れはじめてからの時間とプールの水位など）を取り上げ、数学と関連付けて考えることができるようにすることが大切である。