

特殊から一般へと発展的に考える

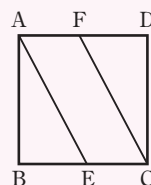
証明の学習では、図形の性質を証明した後、その証明を読み、振り返って新たにわかる事柄を考えたり、さらに発展的に考えて証明したりすることが大切です。

そこで、本アイデア例では、証明を振り返り、結論を導くために欠かせない条件や性質を捉え、特殊から一般へと発展的に考えて証明できるようにする指導事例を紹介しています。

授業アイデア例

問題

正方形ABCDの辺BC，DA上に， $BE=DF$ となる点E，Fをそれぞれとります。
このとき， $AE=CF$ となることを証明しなさい。



< 1 時間目 >

1. $AE=CF$ となることを証明する。



$AE=CF$ となることを証明するには，どのようなことに着目すればいいですか。

教師



2つの合同な三角形を探せばいいと思います。

四角形AECFが平行四辺形になることを示せばいいと思います。



$AE=CF$ を証明するには， $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示せばよいと思います。



仮定や正方形の性質を使えば，2つの三角形が合同だと示せそうです。



三角形の合同条件や平行四辺形になるための条件を用いて， $AE=CF$ となることを証明してみましょう。



2つの三角形の合同を利用すると， $AE=CF$ となることが証明できました！

< 2 時間目 >

2. 証明を振り返り，結論を導くために欠かせない条件や性質を捉える。



桃子さんの証明を振り返ってみましょう。
桃子さんは何に着目して証明していますか。



$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることに着目して証明しています。



この証明で用いられている三角形の合同条件と式を対応付けてみましょう。

桃子さんの証明

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において，
仮定より，

$$BE=DF \quad \cdots \cdots ①$$

正方形の辺はすべて等しいから，

$$AB=CD \quad \cdots \cdots ②$$

正方形の角はすべて直角で等しいから，

$$\angle ABE=\angle CDF=90^\circ \quad \cdots \cdots ③$$

①，②，③より，

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

合同な図形の対応する辺は等しいから，

$$AE=CF$$

< 三角形の合同条件 >

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

2組の辺

$$BE=DF$$

$$AB=CD$$

その間の角

$$\angle ABE=\angle CDF=90^\circ$$

B④ 証明を振り返り、発展的に考えること

B④(2) 正答率 **50.5%**

正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えても、 $AE=CF$ となることの証明を完成する。

学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕

B 図形 (2) イ, ウ



桃子さんの証明では、「 $\angle ABE = \angle CDF = 90^\circ$ 」と書いてありますが、「 $=90^\circ$ 」は証明に必要ですか。



四角形ABCDは正方形だから、「 $=90^\circ$ 」は必要だと思います。

$\angle ABE = \angle CDF$ がいれば合同条件が成り立つので、「 $=90^\circ$ 」は必要ないと思います。

「 $=90^\circ$ 」は必要ないけれど、書いてもいいと思います。



必要ないとしたら、四角形ABCDが正方形でなくても合同条件が成り立つ場合があるということかな。



正方形でなくても $\angle ABE$ と $\angle CDF$ が等しい四角形ならば、合同条件が成り立つということでしょうか。そうだとすれば、そのような四角形は他にもありますか。



長方形があります。



ひし形があります。

平行四辺形があります。

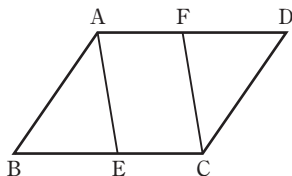


たこ形はどうか。でも、辺の長さが...

3. 正方形を平行四辺形に変えても、同じように証明できることを確認する。



正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えても、 $AE=CF$ となることが証明できるかどうかを考えてみましょう。



正方形のときと同じように証明できました。



90° でなくても、 $\angle ABE = \angle CDF$ であれば $AE=CF$ となるんだね。



平行四辺形で成り立つのだから、正方形、長方形、ひし形でも成り立つといえるね。



証明を振り返ることで、証明に欠かせない条件や性質が明らかになり、それらを満たせば、図形を変えても同じ結論が導かれることがわかりましたね。

△ABEと△CDFにおいて、
 仮定より、
 $BE=DF$ ①
 平行四辺形の対辺は等しいから、
 $AB=CD$ ②
 平行四辺形の対角は等しいから、
 $\angle ABE = \angle CDF$ ③
 ①、②、③より、
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $AE=CF$

本授業アイデア例 活用のポイント!

- コンピュータを利用して、正方形ABCDを長方形やひし形、平行四辺形に変えても $AE=CF$ が成り立つことを視覚的に捉えることができるようにすることも考えられる。
- 平行四辺形の場合の証明を振り返ることにより、四角形の包摂関係について考えることも大切である。
- 本アイデア例のように、特殊から一般へと発展的に考えることは、第3学年において学習する円周角の定理の証明や三平方の定理の証明などでも大切である。