

「条件を保ったまま図形の形を変えて, 変わらない性質を見いだそう」

～証明した事柄を用いて, 新たな性質を見いだし発展的に考える～

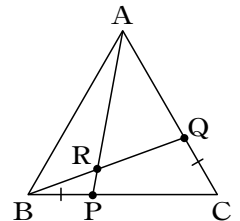
図形の性質を考察する場面では, 筋道を立てて考え証明することや条件を保ったまま図形の形を変えても成り立つ事柄を見いだすことが大切です。そこで, 本アイデア例では, 正三角形において条件を保ったまま図形の形を変えても成り立つ事柄を見いだし, 正三角形で成り立つ事柄が正方形でも同様に成り立つかどうか考えることができるようにする指導事例を紹介します。

授業アイデア例

〈前時の振り返り〉

前の時間に証明したこと

右の図の正三角形ABCの辺BC, CA上にBP=CQとなる点P, Qをそれぞれとり, 線分APと線分BQの交点をRとすると, $\angle BAP = \angle CBQ$ となる。



〈本時〉

1. 正三角形において条件を保ったまま図形の形を変えながら観察し, 変わらない性質を予想する。



前の時間に, $\triangle ABP \cong \triangle BCQ$ となることから, $\angle BAP = \angle CBQ$ となることを証明しましたね。今日は, BP=CQの関係を保ったまま, 点Pと点Qを動かしたとき, どのようなことがいえそうか考えてみましょう。



$\angle BAP$ と $\angle CBQ$ の大きさは大きくなっていくね。



APとBQの長さも変わっていくよ。

でも, $AP = BQ$ は変わらないね。



どうして変わらないといえるの。



それは, $\triangle ABP$ と $\triangle BCQ$ が合同だからだね。

$\angle APB$ と $\angle BQC$ はいつでも等しいね。

点Rは動いても, $\angle BRP$ と $\angle QRA$ は対頂角だから等しいね。



$\angle BRP$ の大きさは変わると思うよ。

段々と大きくなりそうだね。



変わらないのではないかな。



それでは, 実際に図をかいて $\angle BRP$ の大きさを測ってみましょう。

ポイント

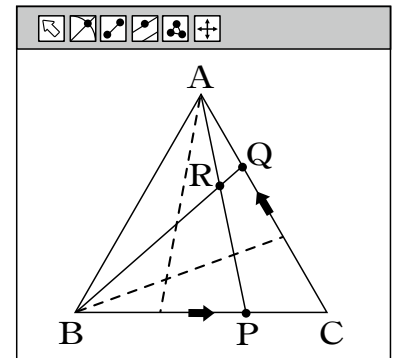


私がかいた図では, $\angle BRP$ を測ったら 60° だった。

僕がかいた図でも, 60° だったよ。

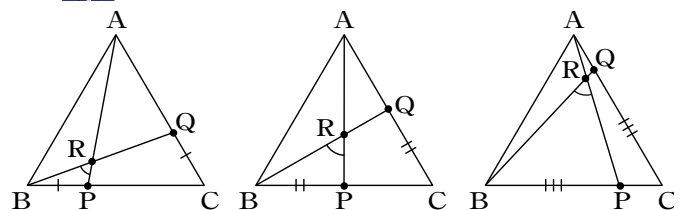


みんなが作図したどの図でも $\angle BRP$ の大きさを測っても, その大きさは 60° になっていたね。そうすると, $\angle BRP$ の大きさは変わらず一定になるのかな。



<変わる>	<変わらない>
$\angle BAP$ の大きさ $\angle CBQ$ の大きさ	$\angle BAP = \angle CBQ$
APの長さ BQの長さ	$AP = BQ$
$\angle APB$ の大きさ $\angle BQC$ の大きさ	$\angle APB = \angle BQC$
	$\angle BRP = \angle QRA$

みんながかいた図



課題の見られた問題の概要と結果

B ④ 筋道を立てて証明し、証明を振り返って考えること(正三角形)

B ④(3) 正答率 **44.9%**

点Dと点Eを $BD = CE$ の関係を保ったまま動かしたとき、 $\angle BFD$ の大きさについて正しい記述を選ぶ。

学習指導要領における領域・内容

[第2学年]

B 図形 (1) ア, (2) ウ

2. 予想した事柄が成り立つかどうか考える。



「 $\angle BRP$ の大きさが一定である」と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみましょう。

ポイント

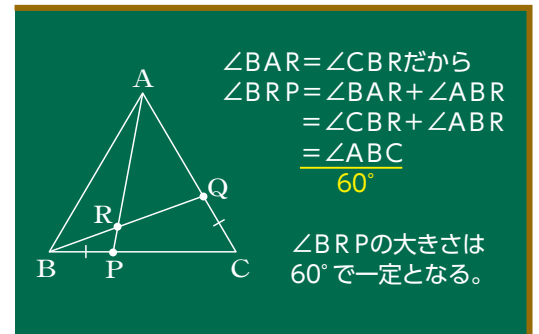
証明をかいてみたよ。

ということは、 BP の長さに関わらず、 $\angle BRP$ の大きさは一定になるといえるね。



$\angle BRP$ の大きさは $\angle ABC$ の大きさに等しいことがわかるね。

正三角形だったから、 60° だったんだ。



「 $BP = CQ$ を保ったまま、点Pと点Qを動かしたとき、 $\angle BRP$ の大きさは一定である」ことが証明できました。

3. 「 $\angle BRP$ の大きさが一定である」ことの証明を振り返り、条件を変えて考える。



証明から正三角形で「 $\angle BRP$ の大きさが一定である」ことが成り立つことがわかりました。さて、正方形に変えて正三角形のときと同じように点を結んで考えてみた場合、 $\angle BRP$ の大きさについて同じようなことがいえるのでしょうか。正方形の図をみてみましょう。

ポイント



正三角形だったから一定になった。正方形だと一定にならないのではないかな。



一定になるのでは。



点Pと点Qを動かしてみると $\angle BRP$ の大きさは変わらないように見えるね。



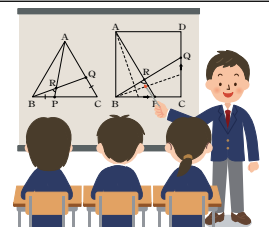
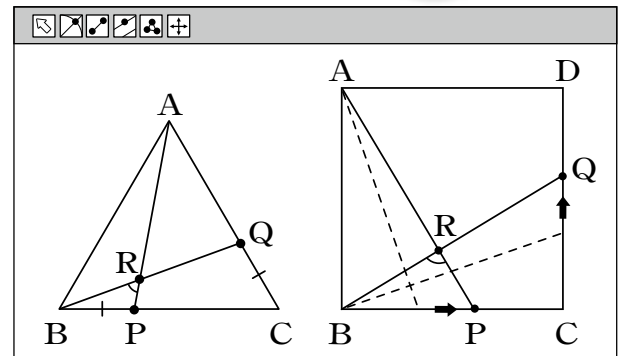
この場合も $\triangle ABP$ と $\triangle BCQ$ は合同になるね。



$\angle BRP$ の大きさは一定になりそう。正方形だから 90° になるのかな。



正方形の場合でも、 $\angle BRP$ の大きさは一定になるのでしょうか。このことについてレポートにまとめてみましょう。



本授業アイデア例

活用のポイント!

- 条件を保ったまま図形の形を変えて観察したり、複数の図形の辺の長さや角の大きさを実測したりすることで、成り立つ事柄を予想することが大切である。その際、コンピュータを利用することも考えられる。
- 正三角形で成り立つ事柄が正方形の場合でも成り立つかどうか考え、それを説明する場面を設定することが大切である。その際、レポートなどにまとめることも考えられる。
- 正三角形や正方形で成り立つ事柄について証明を振り返ることで、証明に欠かせない条件や性質が明らかになり、それらを満たせば図形を変えても同じ結論が導かれることを確認することも考えられる。