

「証明を振り返り、条件を変えた場合の証明を考えよう」

～もとの問題の図や条件に着目をして、条件を変えて発展的に考える～

図形の性質を考察する場面では、ある事柄について証明した後、その証明を読み、図形の性質の証明を見直すことや、条件を変えて発展的に考え、見いだした図形の性質について証明することが大切です。そこで、本アイデア例では、条件を変えて成り立つ事柄を見だし、もとの証明を振り返って、その事柄を証明することができるようにする指導事例を紹介します。

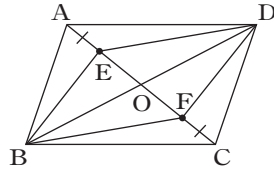
授業アイデア例

〈前時の振り返り〉

前の時間の問題

下の図のように、平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし、線分OA、OC上に、 $AE=CF$ となる点E、Fをそれぞれとります。

このとき、四角形EBFDは平行四辺形になることを証明しなさい。



前の時間の証明

平行四辺形の対角線は

それぞれの中点で交わるから、

$$OB=OD \quad \cdots \cdots ①$$

$$OA=OC \quad \cdots \cdots ②$$

仮定より、

$$AE=CF \quad \cdots \cdots ③$$

②、③より、

$$OA - AE = OC - CF \quad \cdots \cdots ④$$

④より、

$$OE=OF \quad \cdots \cdots ⑤$$

①、⑤より、

対角線がそれぞれの中点で交わるから、
四角形EBFDは平行四辺形である。

〈本時〉

平行四辺形ABCDにおいて、線分OA、OCを延長した直線上に $AE=CF$ となる点E、Fをそれぞれとります。そのとき四角形EBFDはどんな四角形になりますか。

1. 条件を変えて成り立つ事柄を予想する。



教師

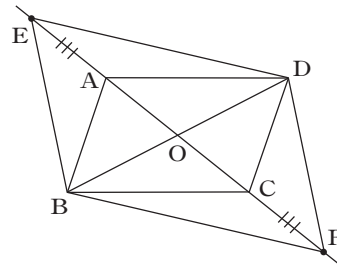
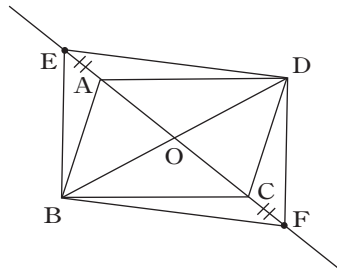
四角形EBFDはどんな四角形になりそうですか。図をかいてみましょう。



平行四辺形になると思うよ。



僕がかいた図でも、平行四辺形にみえるよ。



平行四辺形ABCDにおいて、線分OA、OCを延長した直線上に $AE=CF$ となるように点E、Fをそれぞれとったときにできる四角形EBFDは平行四辺形になると思います。

2. もとの証明を振り返り、条件を変えた場合についての証明について見通しをもつ。



「四角形EBFDは平行四辺形になる」という結論を示すために、何がわかればよいですか。

平行四辺形になるための条件がいればいね。

四角形EBFDの対角線のOBとODは長さが等しいことがわかるね。



四角形EBFDの辺の長さや角の大きさはわからないね。

OEとOFの長さが等しいことがわかれば、平行四辺形になることがいえそうだね。

課題の見られた問題の概要と結果

B④ 証明を振り返り、発展的に考えること（四角形の対角線）

B④(2) 正答率 **43.3%**

平行四辺形ABCDの外側に2つの点E, Fをとっても、四角形EBFDは平行四辺形となることの証明を完成する。

学習指導要領における領域・内容

B④(2) [第2学年]

B 図形 (2) イ, ウ



結論を示すためにどのようなことがわかればよいか考えました。
そのことと前の時間の証明を見ながら、どのように証明を書いていけばよいでしょうか。

ポイント



どちらも平行四辺形になるための条件として対角線の長さに着目しているね。



前の時間の証明でもOBとODが等しいことを使っているね。



OEとOFが等しいことも使っているね。



前の時間の証明では、 $OA = OC$, $AE = CF$ から $OA - AE = OC - CF$ であることを見だして $OE = OF$ になることを示しているね。



みんなで確認したことを基に、証明してみましょう。

みんなで話し合ったこと

- ・ 平行四辺形になるための条件がいればよい。
- ・ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- ・ 平行四辺形の辺の長さや角の大きさはわからない。
- ・ OBとODが等しい。
- ・ OEとOFが等しくなりそうだ。

今回の証明ではOEとOFが等しいことをどのようにしていえばいいのかな。



3. 条件を変える前と変えた後の証明について振り返る。

平行四辺形の対角線は
それぞれの中点で交わるから、

$$OB = OD \quad \cdots \cdots ①$$

$$OA = OC \quad \cdots \cdots ②$$

仮定より、

$$AE = CF \quad \cdots \cdots ③$$

②, ③より、

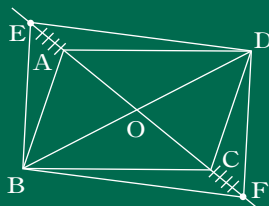
$$OA + AE = OC + CF \quad \cdots \cdots ④$$

④より、

$$OE = OF \quad \cdots \cdots ⑤$$

①, ⑤より、

対角線がそれぞれの中点で交わるから、
四角形EBFDは平行四辺形である。



みんなが書いた証明と前の時間の証明を比べたときに何か気づくことはありますか。

ほとんど同じようなことが書かれているね。



④のところだけが違うね。



その違いが、2つの図にどのように表れていますか。

「対角線AC上に点E, Fがある」ことと
「対角線ACの延長上に点E, Fがある」ことです。



証明を振り返ることで、条件を変える前と変えた後の2つの図の違いが、証明の中の根拠に表れていることがわかりましたね。

ポイント

本授業アイデア例

活用のポイント!

- 問題に示されている条件の一部を変えた場合の図形の性質を考察する際に、もとの問題の証明を振り返りながら、方針を立てるといった見通しをもって証明をする場面を設定することが考えられる。
- 条件の一部を変える前と変えた後の2つの証明を比べ、証明に用いた条件の違いに着目し、2つの図形の違いを考察していくことは、意図的に条件を変えるといた発展的に考える機会となると考えられる。