

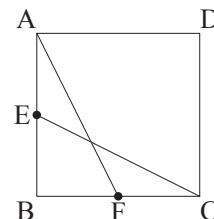
「どのような四角形であれば結論が同じになるか考えよう」

～証明を振り返って統合的・発展的に考え、見いだした事柄を説明する～

証明に用いた前提や証明の根拠、結論を整理するなどして証明を振り返って統合的・発展的に考え、新たな事柄を見だし、説明できるようにすることが大切です。そこで、本授業アイデア例では、正方形を他の四角形に変えたとき、反例を用いて命題が常に成り立つとは限らないことを示したり、ある事柄についての結論が成り立つ場合と成り立たない場合を比較したりする活動を通して、類似な事柄の間に共通する性質について考え、見いだした性質を基に事柄を説明することができるようにする指導事例を紹介します。

授業アイデア例

前の時間には、「正方形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF=CE$ になる。」ということが成り立つことを証明しました。正方形を他の四角形に変えたとき、成り立つ図形の性質について考えてみましょう。



1. 事柄が常に成り立つとは限らないことを示すために、反例をあげる。



正方形ABCDを他の四角形ABCDに変えても、 $AF=CE$ になるのでしょうか。

教師



長方形ならどうかな。

ひし形や台形でも考えてみたいね。



平行四边形だと辺AFと辺CEの長さは等しくなるのかな。



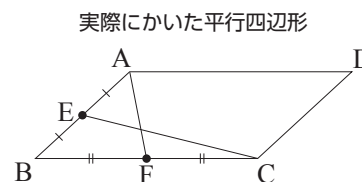
四角形ABCDを平行四辺形に変えたときも、 $AF=CE$ になるといいのでしょうか。



辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとした平行四辺形ABCDを考えたけど、この平行四辺形は辺AFと辺CEの長さが等しくありません。



辺AFと辺CEの長さが等しくない平行四辺形が実際にあるから、 $AF=CE$ になるとはいえません。



平行四辺形ABCDについて、辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとするとといった前提を満たしているが、結論である $AF=CE$ は満たしていない例をあげることで成り立たないことを示すことができましたね。他の四角形ではどうですか。



長方形に変えたときも、 $AF=CE$ にならない長方形が実際にあるので成り立たないよ。



ひし形を考えると、辺AFと辺CEの長さは等しくなったよ。

平行四辺形

成り立たない

長方形

成り立たない

ひし形

成り立ちそう

予想 四角形 ABCD がひし形ならば、 $AF=CE$ になる。

2. 証明を振り返り、予想した事柄が成り立つかどうか考える。



「ひし形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF=CE$ になる。」と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみましょう。 $AF=CE$ になることを示すには何がいえればよいですか。



どのように証明すればよいのかな。

正方形のときの証明を振り返ってみようよ。



課題の見られた問題の概要と結果

⑦ 証明することや反例をあげることを通して、統合的・発展的に考察すること（四角形の条件変え）

⑦(2) 正答率 **77.6%**

ある予想に対して与えられた図が反例となっていることの説明として正しいものを選ぶ。

⑦(3) 正答率 **53.8%**

四角形ABCDがどのような四角形であれば、 $AF=CE$ になるかを説明する。

学習指導要領における領域・内容

⑦(2) [第2学年]
B 図形 (2)イ

⑦(3) [第2学年]
B 図形 (2)ウ

正方形のときと同じように、 $\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ が合同であることを示せばいいね。



ひし形も4つの辺はすべて等しいから、 $AB=CB$ だね。



$AB=CB$ だから、同じように $BF=BE$ となるね。



$\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ において、
正方形の4つの辺はすべて等しいから、
 $AB=CB$ ……①
点E, Fはそれぞれ辺AB, BCの中点だから、
①より、
 $BF=BE$ ……②
共通な角だから、
 $\angle ABF = \angle CBE$ ……③
①, ②, ③より、
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$
合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $AF=CE$



$\angle ABF = \angle CBE$ もいえるよ。



「正方形」を「ひし形」に書き直せば、ひし形の場合の証明になるから、実際に書いてみよう。



正方形のときと同じように $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ に着目することで、予想した「四角形ABCDがひし形ならば、 $AF=CE$ になる。」ということについて証明することができましたね。

3. $AF=CE$ が成り立つ四角形の特徴を見いだす。



$AF=CE$ になる四角形と、 $AF=CE$ にならない四角形があることがわかりましたね。では、 $AF=CE$ になる四角形には、どのような特徴があるのでしょうか。



正方形やひし形では、 $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ を示すことで $AF=CE$ がいえたよね。



$\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ を示すには、 $AB=CB$, $BF=BE$, $\angle ABF = \angle CBE$ という条件が必要だったね。



平行四辺形や長方形では、 $\angle ABF = \angle CBE$ にはなるけど、 $AB=CB$ にならないね。だから、 $BF=BE$ にもならないよ。よって、 $\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ は合同ではないね。



ということは、辺ABと辺CBの長さが等しい四角形ABCDであれば、必ず辺AFと辺CEの長さが等しくなることがいえるね。



$AB=CB$ である四角形ABCDであればよいから、正方形やひし形では $AF=CE$ がいえたのに、平行四辺形や長方形ではいえなかったんだね。

本授業アイデア例

活用のポイント！

- 事柄が常に成り立つとは限らないことを示すために、反例をあげて確認する場面を設定することが大切である。
- 類似な事柄の間に共通する性質を見いだすために、ある事柄が成り立つ場合と成り立たない場合を比較する活動を通して、その結論が成り立つための条件は何かを考え、見いだした性質を基に事柄を説明する場面を設定することが大切である。