

「連続する奇数の和について成り立つことは何だろう」

～説明を振り返り、統合的・発展的に考察する～

数に関する性質を考察する場面では、一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、共通する性質を見だし、得られた数学的な結果を事象に即して解釈することが大切です。そこで、本授業アイデア例では、連続する3つの奇数の和、連続する5つの奇数の和について成り立つ事柄から、連続する4つの奇数の和についても成り立つ事柄を見だし、事柄を捉え直すことで統合的に考察できるようにする指導事例を紹介します。

授業アイデア例

前の時間に引き続き、連続する奇数の和について考えます。
4つの連続する奇数にしたとき、その和はどんな数になりますか。

1. 連続する4つの奇数の和が、何らかの数の4倍になることについて調べる。



連続して並んでいる奇数の個数とそのときの和について、何かわかることはありますか。
前の時間のまとめをみて考えましょう。



奇数の個数が3つのときは3倍で、5つのときは5倍になっているね。



奇数の個数が□個のとき、中央の奇数の□倍になっているのかな。

前の時間のノート

連続する奇数の和についてわかったこと

- ・連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍になる。
- ・連続する4つの奇数の和は、**中央の奇数がないため考えなかった。**
- ・連続する5つの奇数の和は、中央の奇数の5倍になる。



連続する4つの奇数の和については、中央の奇数がないため考えませんでした。
「□個のとき、□倍」になっているということから、連続する4つの奇数の和にはどのようなことがいえそうですか。



同じように考えると、連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になっているのではないかな。



連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になりそうだと考えたのですね。
このことがいえるかどうか考えてみましょう。

予想 連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になる。

$$\begin{aligned} 3 + 5 + 7 + 9 &= 24 = 4 \times 6 \\ 7 + 9 + 11 + 13 &= 40 = 4 \times 10 \\ 11 + 13 + 15 + 17 &= 56 = 4 \times 14 \end{aligned}$$

どれも4倍になっている。

何らかの数？

$$\begin{aligned} n \text{ を整数とし、連続する4つの奇数は} \\ 2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7 \text{ と表せる。} \\ \text{それらの和は、} \\ (2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) \\ = 2n+1 + 2n+3 + 2n+5 + 2n+7 \\ = 8n+16 \\ = 4(2n+4) \end{aligned}$$

計算してみたら、6, 10, 14の4倍になったよ。

確かに何らかの数の4倍になっているね。



$4(2n+4)$ から、4倍になることがわかったよ。

何らかの数が6, 10, 14だよな。これらの数は何を表しているのかな。

課題の見られた問題の概要と結果

学習指導要領における領域・内容

⑨ 証明を振り返り、統一的・発展的に考察すること（連続する奇数の和）

⑨ (3) 正答率 **70.2** % 連続する4つの奇数の和が $4(2n+4)$ で表されたとき、 $2n+4$ はどんな数であるかを選ぶ。

⑨ (3) [第2学年]
A 数と式 (1)イ、ウ

2. 連続する4つの奇数の和について、何の4倍になっているかを明らかにする。



では、いったい何の4倍になっているか調べてみましょう。



6, 10, 14は偶数だね。

$4(2n+4)$ の $2n+4$ も偶数だね。



何らかの数が偶数であることはわかりましたね。さらにわかることはありませんか。



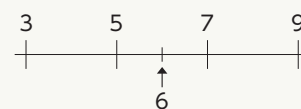
6は5と7の間、10は9と11の間、14は13と15の間にある偶数だね。

$2n+4$ は $2n+3$ と $2n+5$ の間にある偶数だね。

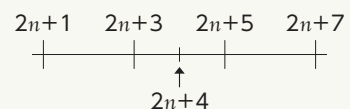


なるほど、6と $2n+4$ は、4つの奇数の真ん中にある数とみることができるね。

$$3 + 5 + 7 + 9 = 4 \times 6$$



$$(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) = 4(2n+4)$$



6, 10, 14や $2n+4$ は4つの奇数のちょうど真ん中にある数、つまり、4つの奇数の中央の数であるとみることができますね。このことから、連続する4つの奇数の和について、どのようなことがいえますか。



連続する4つの奇数の和は、中央の数の4倍になるといえます。

3. 連続する奇数の和について考察したことをまとめる。



中央の数に着目すると、連続する3つの奇数の和や連続する5つの奇数の和について、どのようなことがいえますか。



連続する3つの奇数の和でも、 $2n+3$ は中央の数なので、連続する3つの奇数の和は、中央の数の3倍になるといえます。

連続する5つの奇数の和でも、 $2n+5$ は中央の数なので、同じようなことがいえます。



連続する奇数の和について、中央の数に着目することでどのようなことを考えることができるようになりましたか。

連続する奇数の和についてわかったこと

- ・連続する3つの奇数の和は、中央の数の3倍になる。
- ・連続する4つの奇数の和は、中央の数の4倍になる。
- ・連続する5つの奇数の和は、中央の数の5倍になる。

中央の数に着目することで、中央の奇数がない場合でも考えることができた。



中央の数に着目することで、中央の奇数がない場合でも連続する奇数の和について考えることができました。

本授業アイデア例

活用のポイント！

- 一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、目的意識をもって問題の条件や仮定を見直したり、共通する性質を見いだしたり、概念を一般化したり拡張したりするなど統一的・発展的に考察する場面を設定することが大切である。
- 本問を活用して授業を行う際には、複数の時間で扱うなど、生徒や学校の実態に応じて適切な指導計画を作成することが大切である。