

算数 2 図形の構成要素や性質を基にした考察（角柱と円柱の側面）

2

あいりさんたちは、角柱や円柱に紙をはろうとしています。

- (1) 図1の三角柱は、底面が正三角形です。

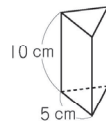


図1

図1の底面には下の正三角形の紙をはり、図1の側面には下の長方形の紙をはります。



図1のすべての面に1枚ずつ紙をはるとき、正三角形の紙と長方形の紙はそれぞれ何枚必要ですか。

答えを書きましょう。

- (2) あいりさんたちは、底面が正方形の四角柱にも、紙をはろうとしています。



あいり

それぞれの側面に1枚ずつ紙をはっていくのは大変そうですね。
1枚の大きな長方形の紙だけで、すべての側面に紙をはることはできないかな。

下のように、1枚の大きな長方形の紙を使って、四角柱のすべての側面に紙をはっていきます。

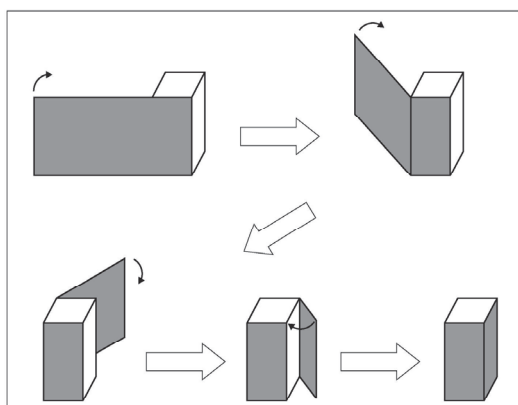


図2の四角柱は底面が正方形で、図2の四角柱のすべての側面に紙をはるためには、図3のような1枚の大きな長方形の紙の横の長さを、どのくらいの長さにすればよいのかを考えます。

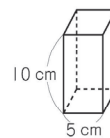


図2

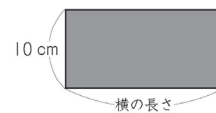


図3

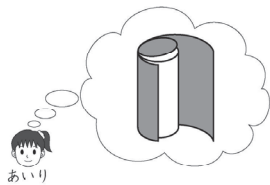
図3の横の長さは、次のように求めることができます。

求め方

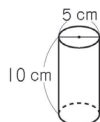
$$5 \times 4 = 20 \text{ だから、答えは } 20 \text{ cm です。}$$

図2の四角柱について、求め方の中の「 5×4 」は、どのようなことを表していますか。「5」と「4」が何を表しているのかわかるようにして、言葉や数を使って書きましょう。

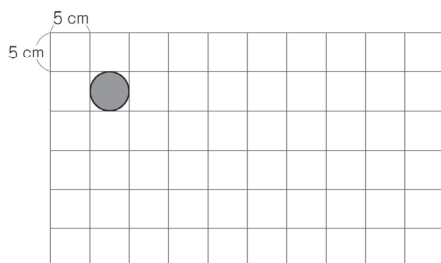
(3) あいりさんたちは、円柱にも紙をはろうとしています。



下の円柱に紙をはります。



まず、底面には直径 5 cm の円の紙を 1 枚作り、目もりが 5 cm のカッターマットの上にのせました。

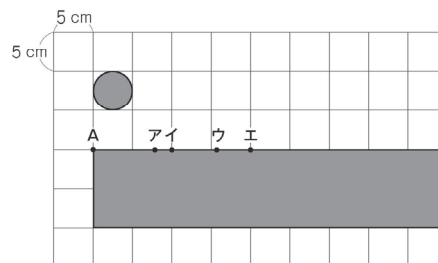


次に、カッターマットの上で紙を切って、側面にはる長方形の紙を作ります。

側面にはる長方形の紙は、横の長さが円柱の底面の円周の長さと等しくなるように作ります。

側面にはる長方形の紙の横の長さは、点 A からどの点までの長さですか。

下の ア から エ までの中から、最もふさわしいものを 1 つ選んで、その記号を書きましょう。



(4) あいりさんたちは、円についての学習をした後、

見本のコイルに使われているストローの切り口が円であることに気がきました。見本のコイルには、エナメル線が、すき間なく、重なりがないように巻かれています。



見本のコイル



あいりさんたちは、見本のコイルに巻いてあるエナメル線が、だいたいどのくらいの長さなのかを考えることにしました。

ストローに巻いてあるエナメル線の 1 巻きは長さを調べました。

見本のコイルのストローに巻いてある部分のエナメル線のおよその長さは、ストローに巻いてあるエナメル線の 1 巻きの長さど、あと 1 つ何かを調べれば求めることができます。何を調べればよいですか。

下の 1 から 4 までの中から 1 つ選んで、その番号を書きましょう。

- 1 ストローに巻いてあるエナメル線の巻き数
- 2 ストローに巻いてあるエナメル線の 1 巻きの長さ
- 3 ストローの長さ
- 4 コイル全体の長さ

1. 出題の趣旨

図形の構成要素や性質を基に考察したり，問題の解決のために必要な数量を見いだしたりすることができるかどうかをみる。

- ・ 基本的な立体図形について理解していること。
- ・ 図形の構成要素や性質を基に，立体図形と式とを関連付け，表現すること。
- ・ 円周率について理解していること。
- ・ 日常生活の問題の解決のために必要な数量を見いだすこと。

算数の学習では，具体的な操作を通して，図形の構成要素や性質を基に考察したり，問題の解決のために必要な数量を見いだしたりすることが重要である。

そのために，例えば，立体図形の辺と辺，辺と面，面と面のつながりに着目して立体図形を捉え，図形の構成要素である辺の数や面の数，辺の長さなどを基に立体図形と式とを関連付けて説明することができるようにすることが大切である。また，日常生活の中で，ある数量を調べようとするときに，それと関係のある数量を見だし，それらの数量との間にある関係を把握して，問題解決に利用することができるようにすることが大切である。

そこで本問では，角柱や円柱に紙を貼る活動を通して，三角柱や円柱について考察したり，示された長方形の紙の横の長さを求める式を，四角柱と関連付けて説明したりする文脈を設定した。また，エナメル線のおよその長さを求めるためには，ストローに巻いてあるエナメル線の一巻きの長さのほかに，どのような数量が必要かを見いだす文脈も設定した。

2. 調査問題の活用にあたって

(1) 本問において大切にしたいこと

「図形の構成要素や性質を基に考察する」

②(2)において、四角柱の全ての側面に紙を貼ろうとしている場面がある。



それぞれの側面に1枚ずつ紙をはっていきは大変そうですね。
1枚の大きな長方形の紙だけで、すべての側面に紙をはることはできないかな。

あいりさんは、四角柱の構成要素に着目して、それぞれの側面に1枚ずつ紙を貼るのではなく、4枚の側面をつなげた図3のような1枚の大きな長方形の紙だけで、全ての側面に貼ることはできないかと考えている。このような合理的に考えを進めようとする態度が、問題を解決していく際の原動力になると考えられる。

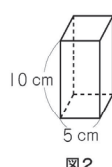


図2

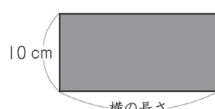


図3

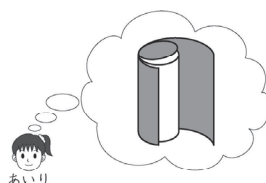
求め方

$$5 \times 4 = 20 \text{ だから、答えは } 20 \text{ cm です。}$$

図2の四角柱について、求め方の中の「 5×4 」は、どのようなことを表していますか。「5」と「4」が何を表しているのかわかるようにして、言葉や数を使って書きましょう。

そして、側面に貼る大きな長方形の紙の横の長さに、底面の一辺の長さが関係していることに気付くことで、底面の一辺の長さを基にして、横の長さを計算によって求めることができる。その際、「 $5 \times 4 = 20$ だから、答えは20cmです。」といったときの式の中の数の意味を考えることが大切である。 5×4 について、「5cmが4つ分あるからです。」と説明した場合には、「5cmとは、どこの長さのことですか。」や「4つ分とは、何が4つ分あるということですか。」などと問いかけることで、底面の一辺の長さが5cmで、底面の一辺の長さが4つ分あることに気付き、立体図形の構成要素と式の意味とを関連付けることができるようになって考えられる。このことにより、五角柱や六角柱に発展させたときにも、大きな長方形の紙の横の長さを求める式について、 5×5 や 5×6 と考察することができるようになると考えられる。

(3) あいりさんたちは、円柱にも紙をはろうとしています。



続いて、②(3)において、あいりさんは、円柱に発展させて考察する。角柱の場合は、底面の一辺の長さを基にしたが、円柱の場合は、底面の直径の長さを基にして、側面に貼る長方形の紙の横の長さを求める。円柱の底面の構成要素である直径の3.14倍が円周の長さであるという性質を用いて、側面に貼る長方形の紙の横の長さを、計算によって求めるだけでなく、直径の3倍より少し大きい長さであると捉える。

これまでのことを振り返り、角柱と円柱はどちらも側面に貼る長方形の紙の横の長さが底面の周りの長さと同じことに気付き、角柱と円柱を統合的に捉えることができるようになることが考えられる。

このように、図形の構成要素や性質を基にして考察することが大切である。

(2) 各設問における学習指導の工夫

設問(1)

基本的な立体図形について、観察や構成などの活動を通して理解できるようにする

- 図形の構成要素に着目して考察し、基本的な立体図形について理解できるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、三角柱の全ての面に紙をぴったり貼る活動が考えられる。その際、どのような図形の紙が何枚ずつ必要であるかを予想し、実際に紙を用意して三角柱の面に貼ることで、予想を確かめることが大切である。さらに、三角柱の構成要素である底面や側面に着目し、それぞれの個数や形について理解できるようにすることも大切である。

設問(2)

示された図形の辺の長さの求め方を解釈し、求め方について説明することができるようにする

- 図形の構成要素や性質を基に、図形の辺の長さなどの求め方を解釈し、求め方について説明することができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、底面が一边 5 cm の正方形で、高さが 10 cm の四角柱について、立体図形の構成の仕方を考察し、全ての側面を貼る一枚の大きな長方形の紙の横の長さの求め方を式で表現したり、解釈したりする活動が考えられる。その際、長さの求め方について、「 $5 \times 4 = 20$ 」などと式で表現した場合には、「 5×4 はどのようなことを表していますか。」や「5 や 4 は何を表していますか。」などと学級全体に問いかけ、数の意味や演算の意味などを、図形の構成要素や性質と関連付けて説明することができるようにすることが大切である。

なお、例えば、第 4 学年や第 5 学年などにおける、長方形を組み合わせた図形の面積や直方体を組み合わせた図形の体積の求め方を考える場面や、角柱や円柱の構成要素の数を求める場面で、図形と式とを関連付け、求め方について説明し合う活動も考えられる。

設問(3)

円周率が円周の直径に対する割合であることを理解できるようにする

- 円周率について学習する際には、単に直径の長さから円周の長さを計算によって求めるだけでなく、円周率が円周の直径に対する割合であることを理解できるようにすることが重要である。そして、円周率を用いて問題を解決する場面で、円周率の意味について再度確認することも重要である。

指導に当たっては、例えば、身の回りにある円の形をした幾つかのものについて、円周の直径に対する割合を調べる活動が考えられる。その際、直径の長さと円周の長さの関係に着目し、円周の長さが直径の長さの何倍になるのかについて見通しをもつことができるようにすることが大切である。その上で、 $(\text{円周の長さ}) \div (\text{直径の長さ})$ を計算して、いつでも円周の長さが直径の長さの約3.14倍になっていることに気付くことができるようにすることも大切である。

さらに、例えば、本設問を用いて、円柱の側面に長方形の紙をぴったり貼る活動も考えられる。その際、円周率の意味について再度確認することが大切である。その上で、長方形の紙の横の長さについて、 $5 \times 3.14 = 15.7$ などと立式して求めるだけでなく、コンパスを用いて直径の長さを測るなどして、直径の3倍より少し大きいことを捉えることができるようにすることが大切である。また、円柱の側面に貼る長方形の紙の横の長さが、底面の円周の長さと等しいことを捉えることができるようにすることも大切である。

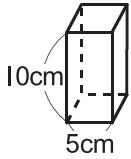
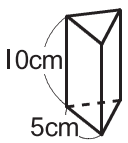
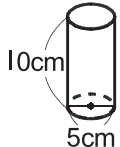
設問(4)

日常生活の問題の解決のために、必要な数量を見いだすことができるようにする

- 日常生活の中で、ある数量を調べようとするときに、それと関係のある数量を見いだし、それらの数量との間にある関係を把握して、問題解決に利用することができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、コイルのストローに巻いてあるエナメル線のおよその長さを求めるために、それと関係のある数量を見いだす活動が考えられる。その際、コイルのストローに巻いてあるエナメル線の長さを、一つ分の大きさの幾つ分かに当たる大きさと捉えるために、一巻きの長さと巻き数といった数量を見いだすことができるようにすることが大切である。また、ストローの長さやコイル全体の重さといった、ほかの数量を提示するなどして、見いだした数量が問題を解決するために適切かどうかを考察することができるようにすることも大切である。このような活動を通して、日常生活の中で算数を利用することのよさを実感できるようにすることが大切である。

(3) 授業アイデア例

「立体図形の構成要素に着目して長さを求めよう」 ～図形と式とを関連付け、説明する～	〈実施対象学年〉 第5学年
【指導のねらい】 図形の辺の長さを求める際に、立体図形の構成要素に着目して、求め方を式に表したり、式の意味を解釈したりすることを通して、角柱や円柱についての理解を深めることができるようにする。	
① 柱体の面の個数や形を捉える。	
いろいろな形の無地の鉛筆立てがありますね。     周りに色紙をはって、きれいな鉛筆立てにしたいな。 教師 どのような形の紙を何枚用意すればよいでしょうか。 鉛筆立ては、それぞれ四角柱、三角柱、円柱として考えることができますね。 底面を調べると、それぞれ正方形、正三角形、円になっていますね。 三角柱と四角柱は、どちらも、すべての側面が合同ですね。 四角柱だったら、側面については、長方形の紙が4枚必要です。 三角柱だったら、側面については、長方形の紙が3枚必要です。 円柱だったら、1枚の長方形の紙だけで、側面に紙をはることができます。 ポイント 図形を観察するなどの活動を通して、角柱や円柱の構成要素である面の個数や形を捉えることができるようにすることが大切である。	

② 辺と辺、辺と面、面と面のつながりを調べる。



三角柱や四角柱も、1枚の紙で、すべての側面に紙をはることができると思います。



どういことですか。

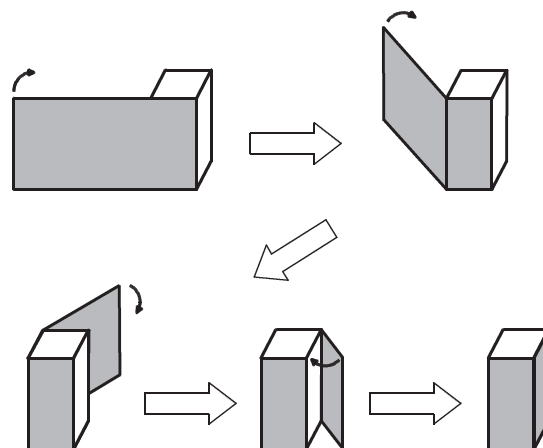


それぞれの側面に1枚ずつ紙をはっていくのは大変そうですね。
1枚の大きな長方形の紙だけで、すべての側面に紙をはることができると思います。

この四角柱の形をした鉛筆立てで説明しましょう。



このようにすれば、
1枚の大きな長方形の紙だけで、
すべての側面に紙をはることができますね。



すべての側面を覆うような、1枚の大きな長方形の紙の縦の長さと横の長さを、
それぞれ何cmかが分かるように、図や式に表してみましょう。



③ 示された図形の辺の長さの求め方を解釈し説明する。



四角柱の場合は、
長方形の紙の
縦の長さは10cmですね。

10cmは、四角柱の
どの部分の長さですか。



高さです。
縦の長さは、四角柱の高さと同じです。



長方形の紙の横の長さは、
 $5 \times 4 = 20$ で、20cmです。

横の長さは、式で求めることができるのですね。
 5×4 は、どのようなことを表していますか。

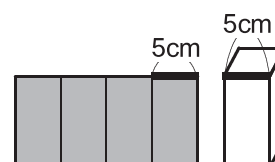


5は、1つの側面の横の長さ
を表しています。



4は、側面の数を表しています。

横の長さは、
四角柱の側面の横の長さの4つ分
と同じ長さであるということを表しています。





四角柱の場合は、
縦の長さが10cmで、横の長さが20cmの
長方形の紙を用意すればよいということですね。

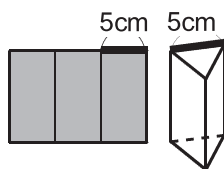


三角柱の場合も、同じように考えることができます。

同じとは、どういうことですか。



四角柱の場合は、
横の長さは、 5×4 で、
三角柱の場合は、
横の長さは、 5×3 だから、
同じです。



側面の数をかけるところが同じですね。

三角柱と四角柱の場合は、同じように式に表すことができましたね。



底面が正五角形の五角柱の場合は、側面が5つだから、
横の長さは、 $5 \times 5 = 25$ で、25cmです。



底面が正六角形の六角柱や、底面が正七角形の七角柱の場合も、
同じように考えることができますね。



底面が正多角形の角柱について、長方形の紙の横の長さは、
側面の横の長さがいくつ分あるかを考えて、
(側面の横の長さ) $\times$ (側面の数) で求めることができますね。

三角柱や四角柱に続けて、
五角柱などの場合を考えたことがすばらしいですね。



三角柱	5	$\times$	3	$=$	15
四角柱	5	$\times$	4	$=$	20
五角柱	5	$\times$	5	$=$	25
六角柱	5	$\times$	6	$=$	30
七角柱	5	$\times$	7	$=$	35

(側面の横の長さ) $\times$ (側面の数) = (長方形の紙の横の長さ)



図形と式とを関連付けて説明することで、問題場面の構造をより簡潔・明瞭・
的確に捉え、明らかになった式の意味をほかの図形の場合についても適用し、
発展的に考察することができるようにすることが大切である。

④ 円柱の場合の長さの求め方についても考え、角柱の場合との共通点を見いだす。



円柱の場合は、側面にはる長方形の紙はどのようなのかな。

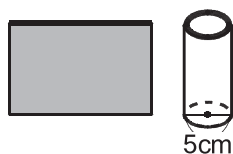


円柱の場合は、(側面の横の長さ)×(側面の数) で求めることができないな。どうすれば求めることができるのかな。



底面の周りをちょうど1周巻いていると考えれば、求めることができそうです。

円柱の場合は、横の長さは、底面の周りの長さと同じです。



円柱の場合は、横の長さは、 $5 \times 3.14 = 15.7$ で、15.7cmです。



円柱の場合は、横の長さは、(底面の直径の長さ)×3.14 で求めることができます。



円柱の場合は、底面の直径の長さが分かれば、横の長さを求めることができましたね。角柱の場合も、底面をみて、横の長さを求めることはできるでしょうか。



角柱の場合は、底面の1辺の長さが分かれば、横の長さを求めることができます。

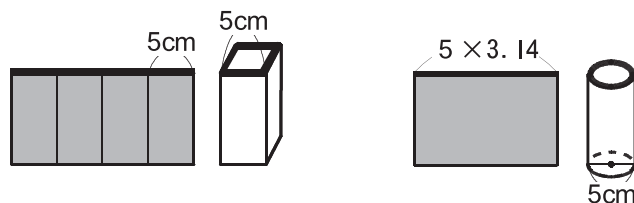


角柱の場合は、横の長さは、(底面の1辺の長さ)×(底面の辺の数) で求めることができます。

どうしてですか。わけを説明しましょう。



角柱の場合も、円柱の場合のように、横の長さは、底面の周りの長さと同じだからです。



ポイント

円柱の場合の長方形の紙の横の長さについて考えることで、角柱の場合も横の長さが底面の周りの長さと同じであることを捉えるなどして、図形の見方を深めることが大切である。

⑤ 学習の過程と成果を振り返り、よりよく問題解決できたことを実感する。

長方形の紙の横の長さについて式に表して考えましたが、学習を通して、どのようなことが分かりましたか。



角柱の場合は、
(底面の1辺の長さ)×(底面の辺の数)
で、横の長さを求めることができました。



円柱の場合は、
(底面の直径の長さ)×3.14 で、
横の長さを求めることができました。



角柱の場合も円柱の場合も、底面の辺などの長さを基に、横の長さを求めることができました。

どのように考えることで、言葉の式で表すことができたのですか。



三角柱や四角柱の場合の式を並べてみることで、五角柱などの場合についても、考えることができました。



式の中の数は図形のどの部分の長さや数に当たるのかを考えることで、言葉の式で表すことができました。

式の意味を考えたり、発展させようとしたりすることで、言葉の式で表すことができましたね。



横の長さが底面の周りの長さと同じであることに気付くことができたので、角柱の場合について、2通りの言葉の式で表すことができました。



学習の過程と成果を振り返り、構成要素に着目して、求め方を式に表したり、式の意味を解釈したりすることを通して、角柱や円柱についての理解を深めたことを実感できるようにすることが大切である。

(4) 他学年・他教科等における活用例

- 三角柱や四角柱の構成要素の個数を式に表し、式の中の数の意味を図形の構成要素と関連付けることで、六角柱や七角柱の場合についても調べることができるようになるなど、発展的に考えることができるようにすることが大切である。

(例) 第5学年「角柱と円柱」

三角柱の頂点の数はいくつですか。

6個です。

1つの底面に頂点が3つあって、底面が2つあるから、 3×2 という式に表して、数えることができますね。

三角柱の辺や面の数も調べたいです。

四角柱の頂点や辺、面の数も調べたいです。

角柱	三角柱	四角柱	五角柱
頂点の数	3×2	4×2	5×2
辺の数	3×3	4×3	5×3
面の数	$3 + 2$	$4 + 2$	$5 + 2$

- 複数の展開図に共通することを見だし、構成要素に着目して捉えることで、式に表して説明することができるようにすることが大切である。

(例) 第4学年「直方体と立方体」

立方体の辺は12本ありました。12本の辺のうちの何本かを切って展開図にします。立方体の辺を何本切れば展開図になりますか。

辺を3本切っても展開図になりません。

続けて辺を切って、全部で7本切ったら、展開図になりました。

私も辺を7本切ったら、展開図になりました。右の展開図になりました。

私も辺を7本切ったら、展開図になりました。右の展開図になりました。

なぜいつも、辺を7本切るのかな。

なぜいつも7本なのかを考えるために、展開図をもっとよく見てみましょう。

どの展開図も、立方体の面は5本の辺でつながっています。

どの展開図も、周りの辺は14本あります。

立方体の辺は12本あります。立方体には6つの面があり、5本の辺でつながっているの、 $12 - 5 = 7$ で、7本の辺を切るのだと思います。

展開図の周りの辺は14本あります。立方体の辺を1本切ると、展開図の周りの辺が2本できるので、 $14 \div 2 = 7$ で、7本の辺を切ると考えることもできますね。