

「四角で囲んだ4つの数の和の性質を見付けよう」

～説明を振り返り、統合的・発展的に考察する～

数に関する事象を考察する場面では、成り立ちそうな事柄を予想し、予想を確かめ、事柄が成り立つ理由について筋道を立てて考え説明すること、さらに、問題の条件を変えるなどして、統合的・発展的に考察することが大切です。そこで、本授業アイデア例では、自然数を5つずつに区切った表で囲んだ4つの数の和について成り立つ事柄から、自然数を6つずつに区切った表で囲んだ4つの数の和についても成り立つ事柄を見だし、事柄を捉え直すことで統合的・発展的に考察することができるようにする指導事例を紹介します。

授業アイデア例

前の時間では、「自然数を5つずつに区切った表において、四角で囲んだ4つの数の和がいつでも4の倍数になること」を文字式を使って説明をしました。自然数を6つずつに区切った表に変えても、四角で囲んだ4つの数の和は4の倍数になりますか。

1. 6つずつに区切った表において、4つの数を囲むとき、4つの数の和がどんな数になるか調べる。



教師

今回は、自然数を6つずつに区切った表で考えてみましょう。6つずつに区切った表でも、四角で囲んだ4つの数の和は4の倍数になるといいですか。



1, 2, 7, 8を囲むと和は18で、4の倍数ではないね。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

4の倍数ではないけれど、偶数になっているよ。



17, 18, 23, 24を囲むと和は82で、4の倍数ではないね。

偶数ということは2の倍数だよな。4つの数の和はいつでも2の倍数になるのかな。



6つずつに区切った表では、四角で囲んだ4つの数の和は4の倍数にならないことがわかりましたね。さらに、「四角で囲んだ4つの数の和はいつでも2の倍数になる」という予想を立てました。この予想が成り立つかどうか確かめましょう。

n を自然数として、四角で囲んだ4つの数のうち、左上の数を n とすると、右上の数は $n + 1$ 、左下の数は $n + 6$ 、右下の数は $n + 7$ と表される。これら4つの数の和は、

$$\begin{aligned} & n + (n + 1) + (n + 6) + (n + 7) \\ &= 4n + 14 \\ &= 2(2n + 7) \end{aligned}$$

n は自然数で、 $2n + 7$ は自然数となり整数でもある。 $2n + 7$ は整数なので、 $2(2n + 7)$ は2の倍数である。したがって、6つずつに区切った表を用いて4つの数を囲むとき、4つの数の和は2の倍数になる。

$2 \times (\text{整数})$ の形になるように $4n + 14$ を $2(2n + 7)$ と変形したんだね。



$2n + 7$ は整数だよな。だから、 $2(2n + 7)$ は $2 \times (\text{整数})$ の形になっているとみていいね。



2の倍数になることがいえたね。予想したことは成り立つことがわかりました。



2. 一旦解決された問題を振り返り、さらにわかることはないか考える。



四角で囲んだ4つの数の和 $2(2n + 7)$ から、2の倍数の他にわかることはありませんか。



$2n + 7$ の2倍かな。



6つずつに区切った表でみたときに $2n + 7$ は何を表しているといえますか。

$$n + (n + 1) + (n + 6) + (n + 7) = 2(2n + 7)$$

1	2	17	18	n	$n + 1$
7	8	23	24	$n + 6$	$n + 7$

$$2 \times 9$$

$$2 \times 41$$

$$2(2n + 7)$$

課題の見られた問題の概要と結果

学習指導要領における領域・内容

⑥ 構想を立てて説明し、発展的に考察すること（4つの数の和）

⑥(3) 正答率 **30.9%**

四角で4つの数を囲むとき、四角で囲んだ4つの数の和がどの位置にある2つの数の和の2倍であることを説明する。

〔第2学年〕

A 数と式 (1)イ(イ)



9は1と8の和になっていて、41は17と24の和になっているね。

9は2と7の和、41は18と23の和にもなっているよ。



みんなの言っていることをまとめると、左上の数と右下の数の和になり、右上の数と左下の数の和にもなっているといえます。



$2n+7$ でもそのようになっているのかな。



$2n+7$ は左上の数と右下の数の和になっています。また、右上の数と左下の数の和にもなっているといえます。



$2n+7$ についてわかったことをまとめると、どのようなことがいえますか。



$2n+7$ は斜めに位置している2つの数の和になるといえます。



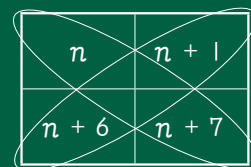
つまり、四角で囲んだ4つの数の和 $2(2n+7)$ は、斜めの数の和の2倍になるとみることができますね。

$$\begin{aligned} 2n+7 &= n+(n+7) \\ &\text{左上} \quad \text{右下} \end{aligned}$$

左上の数と右下の数の和になっている。

$$\begin{aligned} 2n+7 &= (n+1)+(n+6) \\ &\text{右上} \quad \text{左下} \end{aligned}$$

右上の数と左下の数の和になっている。



$2n+7$ は、斜めに位置している数の和

3. 5つずつに区切った表の場合の説明を振り返り、統合的・発展的に考察する。



4つの数の和は、斜めの数の和の2倍であることがわかりましたね。このことは、5つずつに区切った表でもいえるでしょうか。



5つずつに区切った表の4つの数の和を $4n+12$ と表したよね。

$4n+12$ は $2(2n+6)$ と変形できるね。何かの2倍になっていることはわかるよ。



$2n+6$ は斜めに位置している2つの数の和とみることができますか。



できます。左上の n と右下の $n+6$ の和も、右上の $n+1$ と左下の $n+5$ の和も $2n+6$ になるからです。

5つずつに区切った表でも、4つの数の和は、斜めに位置している2つの数の和の2倍になることがいえます。



6つずつに区切った場合でも5つずつに区切った場合でも4つの数の和は斜めに位置している2つの数の和の2倍になります。

表の区切り方を変えても同じことがいえたんだね。



本授業アイデア例

活用のポイント！

- 一旦解決された問題を振り返り、さらにわかることはないかについて考え、得られた数学的な結果について事象に即して解釈することが大切である。
- 条件を変えて考察しそれを振り返ることで、共通の性質を見いだしたり、拡張して考えたりするなど、統合的・発展的に考察することが大切である。