

# 「2分をはかる砂時計を作るために必要な砂の重さを予想しよう」

## ～2つの数量の関係を比例とみなして数学的に考察する～

実生活の場面において、ある問題を解決するために、事象を理想化したり単純化したりしてその特徴を的確に捉え、数学的に解釈することが大切です。そこで、本授業アイデア例では、2分をはかる砂時計を作るために、砂時計に入れる砂の重さと砂が落ちきるまでにかかる時間の関係を調べる場面から、これら2つの数量の関係を理想化したり単純化したりすることにより、比例とみなして数学的に考察することができるようにする指導事例を紹介します。

### 授業アイデア例

2分間スピーチのためにペットボトルで右のような砂時計を作ろうと思います。砂時計は、ペットボトルに砂を入れ、砂を通すための穴をあけた厚紙をペットボトルの間にはさんで作ります。



### 1. 2分をはかる砂時計を作るために、関係する2つの数量を見いだす。



砂が落ちきるまでの時間を2分にするためには、何を変えればよいでしょうか。



砂の量を変えればいいかな。

厚紙の穴の大きさを変えてもいいね。



実際に作るとしたら、厚紙の穴の大きさを変えるよりも砂の量を変えた方が作りやすそうだね。例えば、砂の重さと砂が落ちきるまでの時間の関係を調べれば、砂時計が作れるのではないかな。



砂の量を砂の重さで考えることにします。  
砂の重さと砂が落ちきるまでの時間はどのような関係になっていると予想しますか。



砂の重さが増えると、砂が落ちきるまでの時間も増えると思います。

比例の関係があるのではないかな。



砂の重さを2倍にすれば、砂が落ちきるまでにかかる時間も2倍になると思うよ。

砂が落ちきるまでの時間と砂の重さの関係について実験して調べてみようよ。



砂の重さを決めて、そのときの砂が落ちきるまでの時間について実験をして調べます。  
砂の重さを $x$ g、砂が落ちきるまでの時間を $y$ 秒として調べ、表にまとめましょう。

### 2. 2つの数量の関係を理想化したり単純化したりして考察する。



砂が落ちきるまでの時間は砂の重さに比例すると予想していました。  
まとめた表をみると、そのことはいえますか。



|                     |   |                 |       |       |       |
|---------------------|---|-----------------|-------|-------|-------|
| 砂の重さ $x$ (g)        | 0 | 25              | 50    | 75    | 100   |
| 砂が落ちきるまでの時間 $y$ (秒) | 0 | 11.9            | 24.2  | 36.0  | 48.3  |
|                     |   | +11.9           | +12.3 | +11.8 | +12.3 |
|                     |   | およそ 12 ずつ増えている。 |       |       |       |

表をみると、 $x$ の値が2倍、3倍になると、 $y$ の値は2倍、3倍にはなっていないよ。



$x$ の値が25ずつ増えるごとに、 $y$ の値は、およそ12ずつ増えているね。



そうみれば、 $x$ の値が2倍、3倍になると、 $y$ の値も2倍、3倍になっているとみることができるよ。



## 7 日常的な事象の数学化と問題解決の方法（砂時計）

### 7(2) 正答率 **28.2%**

与えられた表やグラフを用いて、2分をはかるために必要な砂の重さを求める方法を説明する。

〔第1学年〕

C 関数 (1)イ(ア), (イ)



表を縦にみると、時間と重さの関係はどうなっているのかな。

$y$ の値を $x$ の値で割ると、4つともだいたい0.48になっているよ。



|                     |   |                |                |                |                |
|---------------------|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 砂の重さ $x$ (g)        | 0 | 25             | 50             | 75             | 100            |
|                     |   | $\times 0.476$ | $\times 0.484$ | $\times 0.480$ | $\times 0.483$ |
| 砂が落ちきるまでの時間 $y$ (秒) | 0 | 11.9           | 24.2           | 36.0           | 48.3           |

$11.9 \div 25 = 0.476$   
 $24.2 \div 50 = 0.484$   
 $36.0 \div 75 = 0.480$   
 $48.3 \div 100 = 0.483$



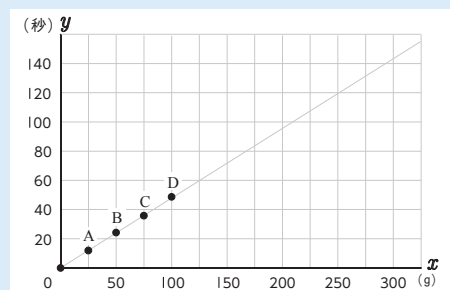
グラフで考えてみたよ。表を基に点をとると、とった点は一直線上に並んではないね。



でも、とった点が一直線上にあるとみてもいいのではないかな。



そうだね。グラフは原点を通る直線とみることができそうだね。



話し合ったことから、砂が落ちきるまでの時間は砂の重さに比例しているとみてよさそうですか。



比例しているとみてよさそうです。理由は、 $y$ が12ずつ増えるとすれば、 $x$ の値が2倍、3倍になると、 $y$ の値も2倍、3倍になっているからです。

私も同じ考えです。 $y \div x$ の値がほぼ一定だからです。



グラフで考えると、原点を通る直線とみることができるので、比例しています。



みなさんの意見をふまえると、砂が落ちきるまでの時間は砂の重さに比例するとみなして2分をはかるために必要な砂の重さを考えていくことができそうです。

## 3. 2つの数量の関係を比例とみなして、問題解決をするための方法話し合う。



それでは、2分をはかるために必要な砂の重さを求める方法を話し合いましょう。



直線のグラフをかいて、 $y$ 座標が120のときの $x$ 座標を読めばいいかな。



$y = 0.48x$ の式に、 $y = 120$ を代入して $x$ の値を求めればいいかな。



### 本授業アイデア例

### 活用のポイント！

- 問題を解決するために必要なデータについて、実際に実験をするなどして収集し、その値を用いて考察する場面を設定することが大切である。
- 2つの数量の関係について考察する中で、それらの関係を理想化したり単純化したりすることにより、比例などの関数とみなすことによって解決できる問題があることを理解できるようにすることが大切である。