

「三角定規を重ねると、どんな四角形ができるか考えよう」

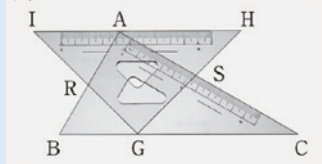
～図形を動的に観察することを通して、見いだした事柄を数学的に表現する～

図形の性質を考察する場面では、予想した事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えることや条件を保ったまま図形を動かしても成り立つ事柄を見いだすことが大切です。そこで、本授業アイデア例では、三角定規を変えて動かしたとき、重なったところにできる四角形について、観察や操作、実験などの活動を通して、いつでも成り立つ事柄を見だし、それを数学的に表現できるようにする指導事例を紹介します。

授業アイデア例

前の時間には、 30° 、 60° 、 90° の同じ三角定規2つを重ねると長方形ができることがわかりました。本時は、一方の三角定規を 45° 、 45° 、 90° の三角定規に変えて、2つの三角定規が重なったところにできる四角形ARGSについて考えます。

図 6



1. 三角定規が重なったところにできる四角形について、図形の性質を見いだす。



重なったところにできる四角形ARGSは、どのような四角形ですか。



四角形ARGSは長方形ではなさそうです。

台形や平行四辺形でもなさそうなので、特徴がない普通の四角形だね。



図のように、点Gが辺BC上にあり、辺HIが辺BCと平行になるように $\triangle GHI$ を左に動かします。このとき、四角形ARGSについて、どのようなことがいえそうか考えてみましょう。



$\triangle GHI$ を動かすと、四角形ARGSの形は変わります。やっぱり長方形にはなってないね。



辺の長さは変わります。



2つの三角定規は直角三角形だから、 $\angle RAS$ と $\angle SGR$ が 90° であることは変わりません。



$\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさはわからないね。でも、 $\angle ARG$ の方が $\angle ASG$ より大きいよ。



三角定規を動かしても $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさは変わらないよ。



$\triangle GHI$ を動かしたとき、四角形ARGSの辺の長さは変わりますね。 $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさについて調べてみましょう。



$\angle ARG$ は 90° より大きくて、 $\angle ASG$ は 90° より小さいです。

$\angle ARG$ の大きさを測ったら、 105° になったよ。

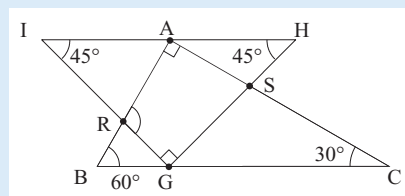
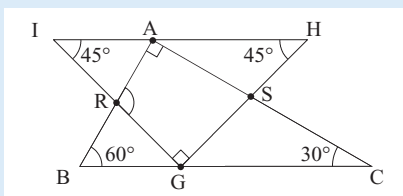
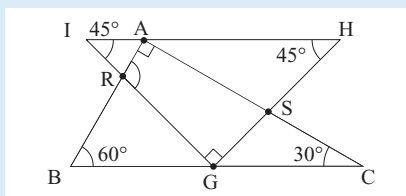


私がかいた図でも 105° になったよ。

$\triangle GHI$ を動かしたとき $\angle ARG$ の大きさは変わらず一定になるのかな。



みんながかいた図



9 平行線や角の性質を基に、図形を考察すること（三角定規）

9(3) 正答率 29.3%

∠ARGや∠ASGの大きさについていつでもいえることを書く。

〔第2学年〕

B 図形 (1)イ(ア)

2. 予想したことが成り立つことを数学的に説明する。



「△GHIを動かしたとき、∠ARGの大きさが一定である」と予想したことが成り立つことを説明してみましょう。



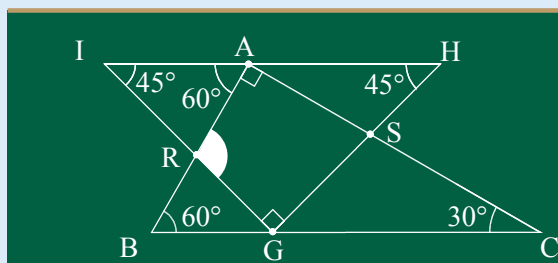
私は長方形になることの証明と同じようにして考えてみたよ。

平行線の錯角が等しいから、∠ABGと∠RAIは60°で等しいね。



△AIRで、∠ARGは外角とみることができるね。だから、∠ARGは∠RAIと∠RIAの和になるね。

そうか。∠ARGの大きさは必ず105°になるね。だから、∠ARGの大きさは一定といえるね。



【証明】

IH // BCより、平行線の錯角が等しいので、
 $\angle ABG = \angle RAI = 60^\circ$
 $\angle ARG$ は△AIRの外角で、三角形の内角と外角の性質から、
 $\angle ARG = \angle RAI + \angle RIA$
 $= 60^\circ + 45^\circ$
 $= 105^\circ$
 よって、∠ARGの大きさは105°で一定である。



点Rを通るIHとの平行な線を引くと平行線の同位角から、105°を求めることもできるよ。



「△GHIを動かしたとき、四角形ARGSの∠ARGの大きさが一定であることを説明することができましたね。」

3. 四角形ARGSについての考察を振り返り、その特徴をまとめる。



重なったところでできる四角形ARGSは、どのような四角形でしょうか。考察を振り返って、四角形ARGSにイえる特徴をまとめましょう。



∠ASGの大きさは、75°で一定です。△GHIを動かしても四角形ARGSの4つの角は105°、75°、90°、90°で変わりません。



四角形ARGSの向かい合う角どうしの和はいつでも180°になります。



四角形ARGSは、最初は特徴がない普通の四角形だと思っていたけど、四角形ARGSの4つの角の大きさについていろいろな特徴があることがわかりました。



重なる三角形を三角定規以外に変えたら、どのような四角形ができるのかな。どのような特徴がある四角形か調べてみたいな。



本授業アイデア例

活用のポイント！

- 観察や操作、実験などの活動を通して成り立つと予想される事柄を見だし、これを論理的に考察する場面を設定することが大切である。
- ある条件の下でいつでも成り立つ図形の性質を見だして、それを数学的に表現する場面を設定することが大切である。