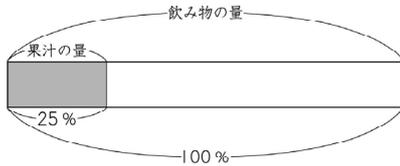


算数 2 二つの数量の関係について考察すること（果汁の割合）

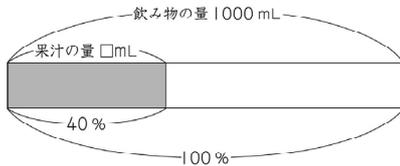
2

果汁入りの飲み物について考えます。

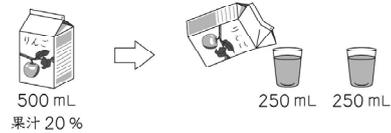
- (1) オレンジの果汁が25%ふくまれている飲み物があります。飲み物の量をもとにしたときの、果汁の量の割合を分数で表しましょう。



- (2) オレンジの果汁が40%ふくまれている飲み物があります。この飲み物1000 mLには、果汁が何 mL入っていますか。答えを書きましょう。



- (3) りんごの果汁が20%ふくまれている飲み物が500 mLあります。この飲み物を2人で等しく分けると、1人分は250 mLになります。



250 mLの飲み物にふくまれている果汁の割合について、次のようにまとめます。

250 mLは、500 mLの $\frac{1}{2}$ の量です。

このとき、

上のアにあてはまる文を、下の1から3までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。

- 1 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると、果汁の割合も $\frac{1}{2}$ になります。
- 2 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると、果汁の割合は2倍になります。
- 3 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になっても、果汁の割合は変わりません。

- (4) かいどさんたちは、果汁の割合と果汁の量がわかっているとき、飲み物の量を求めることができるかどうかを考えています。そこで、りんごの果汁の割合が30%で、果汁の量が180 mLのときの飲み物の量を求めることにしました。



かいど

果汁が30%ということは、果汁が30 mLのとき、飲み物の量は100 mLですね。



ゆうか

そうですね。私は、果汁の量から飲み物の量を求めるために、表にまとめました。

果汁の量と飲み物の量

果汁の量 (mL)	30	60	90	...	180
飲み物の量 (mL)	100	200	300	...	?

上の表を見て、かいどさんは、次のことに気づきました。



かいど

果汁の量が2倍、3倍になると、それにもなって飲み物の量も2倍、3倍になることがわかりました。

果汁の量 (mL)	30	60	90	...	180
飲み物の量 (mL)	100	200	300	...	?

Diagram showing arrows between columns: 30 to 60 is labeled '2倍', 60 to 90 is '3倍', 90 to 180 is '2倍'. Similarly, 100 to 200 is '2倍', 200 to 300 is '3倍', 300 to ? is '2倍'.

ゆうかさんは、かいどさんが気づいたことをもとに、次のように考えました。



ゆうか

下の表のように、果汁の量が□倍になると、それにもなって飲み物の量も□倍になるのではないのでしょうか。このことを使えば、果汁の量が180 mLのときの飲み物の量を求めることができますね。

果汁の量 (mL)	30	60	90	...	180
飲み物の量 (mL)	100	200	300	...	?

Diagram showing arrows between columns: 30 to 180 is labeled '□倍', 100 to ? is '□倍'.

果汁の量が180 mLのときの飲み物の量は、何 mLになりますか。

180 mLが30 mLの何倍かをどのように求めたかがわかるようにして、飲み物の量の求め方を式や言葉を使って書きましょう。また、答えも書きましょう。

出題の趣旨

問題場面の数量の関係に着目し、基準量、比較量、割合の関係や、伴って変わる二つの数量の関係について考察することができるかどうかをみる。

- ・割合の表し方を理解していること。
- ・基準量、比較量、割合の関係を捉え、比較量を求めること。
- ・日常生活の場面に即して、数量が変わっても、割合が変わらない場合があることを理解していること。
- ・伴って変わる二つの数量の比例の関係をを用いて、未知の数量の求め方を表現すること。

割合を用いて問題を解決するためには、問題場面の数量の関係に着目し、基準量、比較量、割合の関係や、伴って変わる二つの数量の関係について考察して、数学的に表現・処理することが重要である。

そのために、例えば、日常の具体的な場面に対応させながら割合について理解したり、図や式などを用いて基準量と比較量の関係を表したりすることができるようにすることが大切である。また、伴って変わる二つの数量の間に比例の関係があることを見だし、その比例の関係をを用いて、未知の数量を求めることができるようにすることも大切である。

そこで、本問では、果汁入りの飲み物を二人で等しく分けたときの果汁の割合についてまとめたり、比例の関係をを用いて、果汁の割合と果汁の量が分かっているときの、果汁入りの飲み物の量を求めたりする文脈を設定した。

設問(1)

趣旨

百分率で表された割合を分数で表すことができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(3) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(イ) 百分率を用いた表し方を理解し、割合などを求めること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型		反応率 (%)	正答	
②	(1)	1	$\frac{1}{4}$ と解答しているもの	45.5	◎
		2	$\frac{25}{100}$ と解答しているもの	25.5	◎
		3	類型1、類型2以外で $\frac{1}{4}$ と大きさの等しい分数を解答しているもの	0.3	◎
		4	0.25 と解答しているもの	5.1	
		5	25% と解答しているもの	0.8	
		6	2割5分 と解答しているもの	0.1	
		7	4 と解答しているもの	1.4	
		99	上記以外の解答	17.4	
		0	無解答	3.9	
		正答率			71.3

2. 分析結果と課題

- 解答類型4について、このように解答した児童は、百分率で表された割合を小数で表していると考えられる。
- 解答類型7について、このように解答した児童は、(大きい数) ÷ (小さい数) をするとよいと考え、 $100 \div 25$ を計算していると考えられる。
- 解答類型99の中には、「75%」という解答がある。このように解答した児童は、飲み物の量のうち、果汁の量以外の割合を求めていると考えられる。

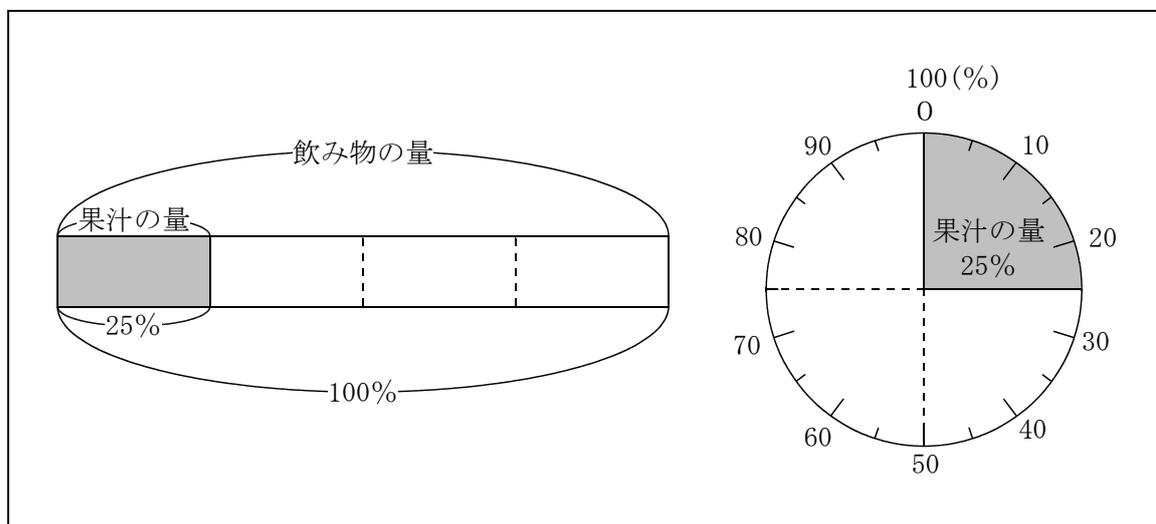
3. 学習指導に当たって

割合を分数で表すことができるようにする

○ 割合の表し方を理解し、百分率を求めたり、用いたりすることができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、飲み物の量を基にしたときの、果汁の量の割合を分数で表す活動が考えられる。その際、割合の25%は、基準量を100とすると、比較量は25に当たることから、25%を $\frac{25}{100}$ と表すことができるようにすることが大切である。さらに、基準量を100としてそれに対する割合を表す方法に百分率があり、基準量を1としてそれに対する割合を表す方法に小数や分数などがあることを理解できるようにすることも大切である。

なお、25%を $\frac{1}{4}$ と表すと、割合を捉えやすくなるというよさを実感できるようにすることも考えられる。さらに、25%を下の図のように表すことで、割合が $\frac{1}{4}$ であることをより捉えやすくなると考えられる。



設問(2)

趣旨

百分率で表された割合と基準量から、比較量を求めることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(3) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(イ) 百分率を用いた表し方を理解し、割合などを求めること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答	
②	(2) 1	400 と解答しているもの	64.8	◎
	2	40 と解答しているもの	4.3	
	3	4 と解答しているもの	1.0	
	4	0.4 と解答しているもの	3.1	
	5	0.04 と解答しているもの	0.3	
	6	$\frac{2}{5}$ と解答しているもの (大きさの等しい分数を含む)	0.5	
	7	2500 と解答しているもの	1.0	
	8	250 と解答しているもの	7.1	
	9	25 と解答しているもの	5.1	
	10	2.5 と解答しているもの	1.1	
	11	940 と解答しているもの	0.0	
	99	上記以外の解答	8.4	
	0	無解答	3.3	

2. 分析結果と課題

- 解答類型2について、このように解答した児童は、基準量である飲み物の量1000mLを考えず、割合が40%であることから、40と解答していると考えられる。
- 解答類型4について、このように解答した児童は、基準量である飲み物の量1000mLを考えず、40%を小数で表して、0.4と解答していると考えられる。
- 解答類型8について、このように解答した児童は、基準量、比較量、割合の関係を捉えることができず、 $100 \div 0.4 = 250$ と計算していると考えられる。
- 解答類型9について、このように解答した児童は、基準量、比較量、割合の関係を捉えることができず、 $1000 \div 40 = 25$ と計算していると考えられる。
- 解答類型99の中には、「600」という解答がある。このように解答した児童は、飲み物の量のうち、果汁の量以外の量を求めていると考えられる。

3. 学習指導に当たって

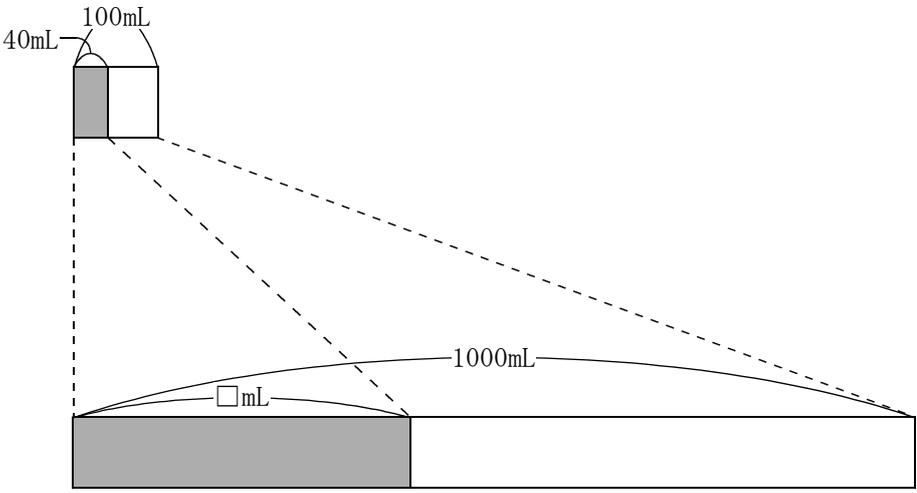
割合と基準量から、比較量を求めることができるようにする

○ 問題場面から、基準量、比較量、割合の関係を捉えることができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、飲み物の量と果汁の割合から、果汁の量を求める活動が考えられる。その際、(基準量) × (割合) = (比較量) などの言葉の式だけでなく、下のように、自分にとって分かりやすい図をかいて数量の関係を捉え、その数量の関係から比較量を求める式を立てることができるようにすることが大切である。

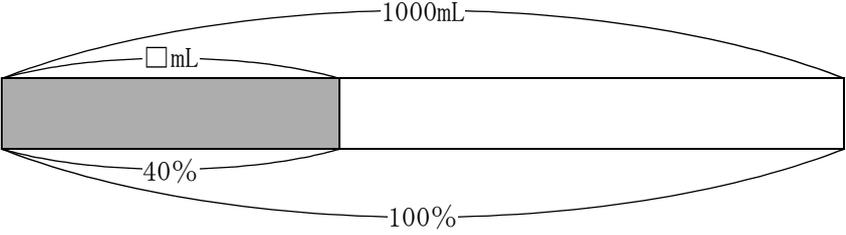


果汁40%ということは、飲み物の量が100mLだったら、果汁の量は40mLだと考えられます。1000mLは100mLの10倍なので、40mLは400mLになりますね。



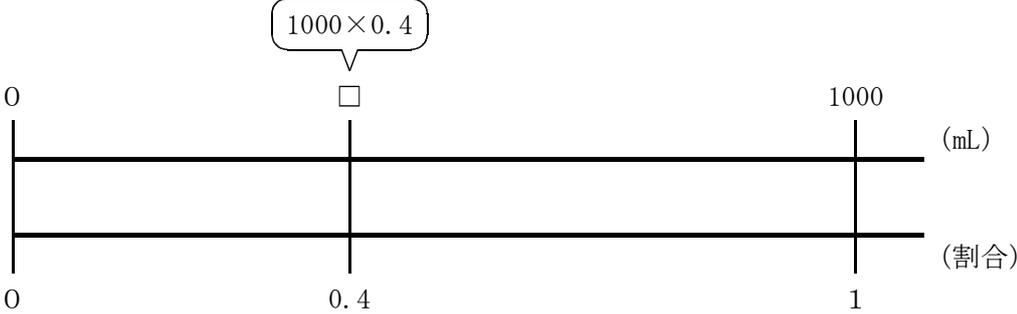


基準量、比較量、割合の関係を一つの図に表しました。





基準量、比較量、割合の関係を数直線に表しました。



設問(3)

趣旨

示された場面のように、数量が変わっても割合は変わらないことを理解しているかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(3) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係を比べる場合に割合を用いる場合があることを理解すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型		反応率 (%)	正答	
②	(3)	1	1 と解答しているもの	67.7	
		2	2 と解答しているもの	9.2	
		3	3 と解答しているもの	21.6	◎
		99	上記以外の解答	0.5	
		0	無解答	1.0	

2. 分析結果と課題

- 解答類型1について、このように解答した児童は、果汁が20%含まれている飲み物を二人で等しく分けたとき、飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると、同様に果汁の割合も $\frac{1}{2}$ になると誤って捉えていると考えられる。

3. 学習指導に当たって

日常の具体的な場面に対応させながら、割合について理解できるようにする

○ 日常の具体的な場面に対応させながら、飲み物の量に対する果汁の量の割合が、飲み物の濃さを表していることを理解できるようにすることが重要である。その際、飲み物を分けても、飲み物の濃さは変わらないという生活経験を想起できるようにすることが大切である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、果汁が含まれている飲み物を二つに等しく分けても、飲み物の濃さは変わらないという生活経験を想起しながら、飲み物の量に対する果汁の量の割合は変わらないと判断する活動が考えられる。その際、下の図のように、生活経験を基にした判断と、飲み物の量に対する果汁の量を計算で求めた結果を関連付けて考えることができるようにすることが大切である。

飲み物を二つに等しく分けた場合



果汁20%
飲み物の量 500mL
果汁の量 100mL

・果汁20%の飲み物500mLには、100mLの果汁が入っている。

↓

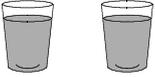


・割合は、飲み物の濃さを表しており、量を半分にしても、濃さは変わらないため、割合も変わらないと考えられる。

分けても、飲み物の濃さは変わらない。



計算して、本当に割合は変わらないかを確認してみましょう。



飲み物の量 250mL 250mL
果汁の量 50mL 50mL

・それぞれのコップに入っている飲み物の量は半分になるので、果汁の量も半分になると考えられる。
・飲み物の量に対する果汁の量の割合を求めると、どちらも $50 \div 250 = 0.2$ で、20%である。このことから、飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になっても、分ける前と後で割合は変わらないということが分かる。

割合を求める式
 $50 \div 250 = 0.2$
果汁20%

設問(4)**趣旨**

伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、未知の数量の求め方と答えを式や言葉を用いて記述できるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答		
②	(4)	(正答の条件) 次の①、②の全てを書き、答えを600と書いている。 ① 180mLが30mLの6倍であることを求める式や言葉 ② 果汁の量が6倍になると飲み物の量も6倍になることを用いて、果汁の量が180mLのときの飲み物の量を求める式や言葉			
		(正答例) ・【求め方】 果じゅうの量は、 $180 \div 30 = 6$ で、6倍になっています。果じゅうの量が6倍になると飲み物の量も6倍になるので、飲み物の量は、 $100 \times 6 = 600$ で、600mLになります。 【答え】 600 (mL)			
		求め方	答え		
	1		600 と解答しているもの	48.3	◎
	2	①、②の全てを書いている	600 以外を解答しているもの 無解答	0.4	
	3		600 と解答しているもの	6.9	
	4	①を書いている	600 以外を解答しているもの 無解答	4.9	
	5		600 と解答しているもの	11.8	
	6	②を書いている	600 以外を解答しているもの 無解答	0.1	
	7		600 と解答しているもの	0.5	
	8	$180 \div 0.3$ を書いているもの	600 以外を解答しているもの 無解答	0.1	
	9		600 と解答しているもの	0.0	
	10	180×0.3 を書いているもの	600 以外を解答しているもの 無解答	0.1	
	11		600 と解答しているもの	0.0	
12	$180 - (180 \text{以外の果汁の量})$ を用いた式を書いているもの	600 以外を解答しているもの 無解答	0.0		
13	類型1から類型12以外の解答 無解答	600 と解答しているもの	13.6		
99	上記以外の解答		7.9		
0	無解答		5.4		

2. 分析結果と課題

- 本設問の正答率は、48.3%である。なお、答えを記述できている解答類型1、3、5、7、9、11、13の反応率の合計は81.1%である。
- 解答類型3、4の反応率の合計は11.8%である。このように解答した児童は、果汁の量180mLが30mLの6倍であることを求める式や言葉は記述できているが、比例の関係を用いて、果汁の量が180mLのときの飲み物の量を求める式や言葉は記述できていない。
- 解答類型5、6の反応率の合計は11.9%である。このように解答した児童は、比例の関係を用いて、果汁の量が180mLのときの飲み物の量を求める式や言葉は記述できているが、180mLが30mLの6倍であることを求める式や言葉は記述できていない。なお、解答類型5について、このように解答した児童は、答えは記述できている。

- ②(3)と本設問②(4)のクロス集計から次のことが考えられる。
- ②(3)、②(4)ともに正答の児童の割合は、11.6%である。
 - ②(4)で正答、②(3)で誤答又は無解答の児童の割合は、36.6%である。これは、②(4)で正答の児童の75.9%に当たる。これらの児童は、②(4)では果汁の量180mLが30mLの6倍であることを用いて、果汁の量が180mLのときの飲み物の量の求め方と答えを記述できているが、②(3)では日常の具体的な場面に対応させながら、果汁が20%含まれている飲み物を二人で等しく分けたとき、飲み物の量は $\frac{1}{2}$ になるが、果汁の割合は変わらないことを理解できていないと考えられる。
 - ②(3)で正答、②(4)で誤答又は無解答の児童の割合は、10.0%である。これは、②(3)で正答の児童の46.1%に当たる。これらの児童は、②(3)では日常の具体的な場面に対応させながら、果汁が20%含まれている飲み物を二人で等しく分けたとき、飲み物の量は $\frac{1}{2}$ になるが、果汁の割合は変わらないことを理解できているが、②(4)では果汁の量180mLが30mLの6倍であることを用いて、果汁の量が180mLのときの飲み物の量の求め方と答えを記述できていないと考えられる。
- 以上のことから、②(3)と②(4)について、ともに正答の児童は11.6%に過ぎず、どちらか一方の問題を解決できていても、他方の問題では解決できない児童が一定数いることが分かる。

②(3)と②(4)のクロス集計表 (%)

		②(4)			
		正答	誤答	無解答	合計
②(3)	正答	11.6	9.0	1.0	21.6
	誤答	36.6	37.1	3.7	77.4
	無解答	0.0	0.3	0.7	1.0
	合計	48.3	46.3	5.4	100.0

※表の数値は、小数第二位を四捨五入したものであるため、合計が一致しない場合がある。

3. 学習指導に当たって

伴って変わる二つの数量の関係に着目し、未知の数量を求めることができるようにする

- 伴って変わる二つの数量を見だし、一方の数量に伴って他方の数量がどのように変化するかに着目して、未知の数量を求めることができるようにすることが重要である。その際、表に整理して、二つの数量の関係に着目できるようにすることが大切である。また、二つの数量から割合を求めることができるだけでなく、示された割合になる二つの数量を考えることができるようにすることも大切である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、伴って変わる二つの数量のデータを何組か集めて表に整理し、比例の関係を見出す活動が考えられる。その際、一方の数量のみに着目するのではなく、二つの数量がどのように変わっているかに着目し、果汁の量が2倍、3倍、…になると、それに伴って飲み物の量も2倍、3倍、…になっているという比例の関係を捉え、未知の数量を求めることができるようにすることが大切である。

果汁の量 (mL)	30	60	90	...	180
飲み物の量 (mL)	100	200	300	...	?

The diagram illustrates the proportional relationship between the amount of juice and the amount of drink. It shows a table with two rows: '果汁の量 (mL)' and '飲み物の量 (mL)'. The first row has values 30, 60, 90, ..., 180. The second row has values 100, 200, 300, ..., ?. Curved arrows above the table show the relationship between juice amounts: 30 to 60 is labeled '2倍', 60 to 90 is '3倍', and 30 to 180 is '6倍'. Curved arrows below the table show the relationship between drink amounts: 100 to 200 is '2倍', 200 to 300 is '3倍', and 100 to 300 is '6倍'.

本問題全体の学習指導に当たって

大切にしたいこと 「日常の具体的な場面に対応させて割合を捉える」

○ 割合として表される数量に関わる生活経験を豊かにする

日常生活の事象において、二つの量の関係を表す数である割合が変わらないことを豊富に体感させることが大切である。

例えば、一つの平ゴムから、長さの異なる二つの平ゴムを切り取ったとき、元の長さは異なっているが、伸び具合は同じであることを体験したり、二色の絵の具を混ぜて新しい色を作るとき、同じ色を作るためには、二色の絵の具を初めと同じ割合にして混ぜればよいことを体験したりしておくことが考えられる。このような体験によって、割合の学習の際、数や式を日常の具体的な場面に関連付けて理解できるようにすることが大切である。

○ 「日常の具体的な場面」、「図や表」、「数や式」を相互に関連付けて、割合について理解できるようにする

割合の学習において、数や式を日常の具体的な場面に関連付けて理解するためには、図や表を用いて、次の三つの相互の関連を図ることが大切である。

- ・「日常の具体的な場面」と「図や表」
- ・「図や表」と「数や式」
- ・「数や式」と「日常の具体的な場面」(※授業アイデア例を参照)

○ 割合を用いる際、比例の関係を前提にしていることを理解できるようにする

割合は二つの量の関係を表す数であり、比較量が基準量に対してどの程度の大きさなのかを示すものである。その際、基準量、比較量に対応する二つの量が伴って変化するとき、二つの量には比例の関係があることに注意する必要がある。

例えば、果汁30%とは、(果汁の量) ÷ (飲み物の量) の値が0.3であることを表している。そのとき、飲み物の量と果汁の量の間には比例の関係があることを前提としていることを理解しておくことが大切である。

授業アイデア例

「飲み物の量が変わったときに果汁の割合がどうなるかを考えよう」
～数や式と日常の具体的な場面を関連付ける～

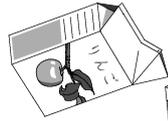
〈実施対象学年〉
第5学年

① 飲み物の量が変わったときの割合の変化について考える。

りんごの果汁が20%含まれている飲み物が500 mLあります。
この飲み物を2人で等しく分けます。



500 mL
果汁 20%



250 mL 250 mL

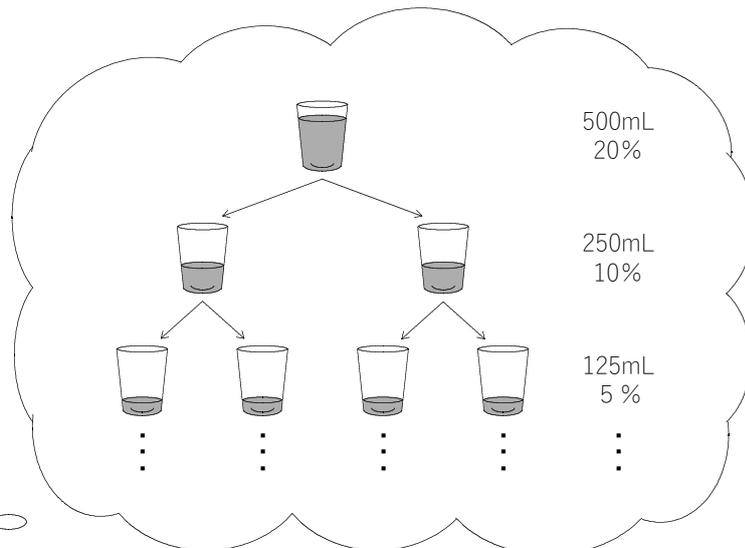
1人分は250mLに
なりますね。



飲み物を分ける前と後では、飲み物に含まれている果汁の割合は変わるのでしょうか。



私は、飲み物を半分にすると果汁の割合も半分になるので、10%になると思います。



そうすると、半分にし続けたとき、飲み物の濃さも薄くなっていくのでしょうか。

私は、飲み物を半分に分けたとき、どちらも同じ飲み物なので、
飲み物の濃さは変わらないと思います。



そうすると、飲み物に含まれている果汁の割合は、飲み物の濃さを表している
ので、20%のままですね。



ポイント

割合の変化について、日常の具体的な場面と関連付けて、考察することが大切である。

② 果汁の量を求め、割合の変化について考える。



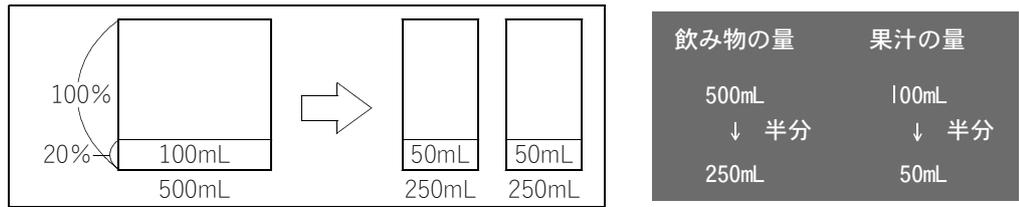
それでは、飲み物の量を半分にしたとき、果汁の割合が変わるかを調べるために、飲み物の量だけではなく果汁の量についても考えてみましょう。



具体的にイメージして考えると、飲み物の量を半分にしたとき、果汁の量も半分になります。



そうすると、500mLの飲み物を半分にすると果汁の量は50mLになると思います。



だったら、250mLの飲み物に含まれている果汁の割合は、 $50 \div 250 = 0.2$ で、20%ですね。



500mLの飲み物に含まれている果汁の割合は20%だったので、飲み物の量を半分にしても果汁の割合は変わらないということですね。

ポイント

飲み物の量が変わっても割合が変わらないことを判断するために、生活経験と関連付けて果汁の量を求め、 $(比較量) \div (基準量) = (割合)$ を基に、飲み物に含まれている果汁の割合を求めることができるようにすることが大切である。

③ 飲み物の量をさらに変えた場合についても考える。



私は、さらに半分にして飲み物の量が125mLの場合を考えてみました。



飲み物の量が125mLのときの果汁の量は25mLになるので、飲み物に含まれている果汁の割合は $25 \div 125 = 0.2$ で、20%ですね。

飲み物の量	果汁の量
500mL	100mL
↓ ÷ 4	↓ ÷ 4
125mL	25mL



飲み物の量を4等分しても果汁の割合は変わりませんね。



それでは、今日の学習を振り返ってみましょう。

飲み物の量	果汁の量	果汁の割合
500mL	100mL	20%
250mL	50mL	20%
125mL	25mL	20%



飲み物の量を変えると、それに伴って果汁の量は変わりますが、果汁の割合は変わらないことが分かりました。

ポイント

飲み物の量をさらに変えた場合でも、飲み物の量に伴って変わるのは果汁の量であり、飲み物に含まれている果汁の割合は変わらないことを理解できるようにすることが大切である。