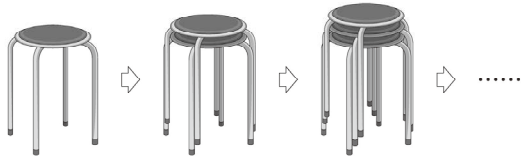


算数 1 伴って変わる二つの数量の関係について考察すること（椅子）

1

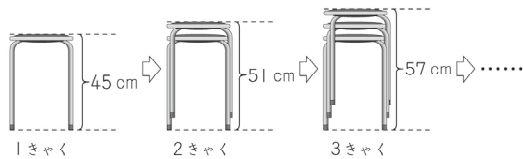
同じいすがたくさんあります。

(1) はるまさんたちは、いすをかたづけのために、下のように重ねています。



1 しゃくのいすの高さは、45 cm です。

下のようにいすを重ねていくと、高さが変わります。



いすの数と高さの関係を、下の表にまとめます。

いすの数（しゃく）	1	2	3	4	5
高さ（cm）	45	51	57	63	A

表の中の A にあてはまる数を書きましょう。

(2) はるまさんたちは、いすの数と高さの関係について考えています。

いすの数（しゃく）	1	2	3	4	5
高さ（cm）	45	51	57	63	A

はるま

高さはいすの数に比例しているのでしょうか。

ゆうな

いすの数が2倍になっても、高さは2倍になっていないので、高さはいすの数に比例していません。

「いすの数が2倍になっても、高さは2倍になっていない」ことを、表の中の数を使うと、次のように説明することができます。

いすの数が ⑦ しゃくから ⑩ しゃくと2倍になっても、高さは ⑨ cm から ⑫ cm で2倍になっていません。

上の⑦、⑩、⑨、⑫にあてはまる数を、表の中の数から1つずつ選んで、書きましょう。

(3) いす4しゃくの重さをはかると、7 kg でした。
このいす18しゃくの重さは、何kgですか。
求め方を式や言葉を使って書きましょう。また、
答えも書きましょう。



(4) いすを1列に50しゃくずつ、40列並べるとすると、全部のいすの数は、 50×40 で求めることができます。
いすは全部で何しゃくになりますか。
答えを書きましょう。

出題の趣旨

日常生活の場面の数量の関係に着目し、伴って変わる二つの数量の関係について考察できるかどうかをみる。

- ・ 伴って変わる二つの数量について、表から変化の特徴を読み取り、表の中の知りたい数を求めること。
- ・ 伴って変わる二つの数量の関係について、表の中の数を用いて変化の特徴を考察すること。
- ・ 伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、知りたい数量の大きさの求め方を表現すること。
- ・ 一の位が0の二つの2位数について、乗法の計算をすること。

算数の学習では、ある数量を調べようとするときに、児童自らがそれと関係のある数量を見いだして数量の間にどのような関係が成り立つのかを予想したり、数や場面を変えても同じように関係が成り立つのかを考えたり、なぜそのような関係が成り立つといえるのかを表現したりすることが重要である。

そのために、例えば、伴って変わる二つの数量の関係について、変化の特徴を考察して規則性を見付けていくことができるようにすることが大切である。さらに、見付けた規則性を基に、筋道を立てて考え、知りたい数量の大きさを求めることができるようにすることも大切である。

そこで、本問では、椅子を重ねたり並べたりする際に、椅子の数と高さといった比例の関係ではないものと、椅子の数と重さといった比例の関係にあるものについて、変化の特徴を調べたり、その特徴を用いて問題を解決したりする文脈を設定した。

設問(1)

趣旨

伴って変わる二つの数量について、表から変化の特徴を読み取り、表の中の知りたい数を求めることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第4学年〕 C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 変化の様子を表や式、折れ線グラフを用いて表したり、変化の特徴を読み取ったりすること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答
①	(1) 1 69 と解答しているもの	93.5	◎
	2 68 と解答しているもの	0.6	
	3 64 と解答しているもの	0.0	
	4 67 と解答しているもの	0.2	
	5 225 と解答しているもの	0.3	
	99 上記以外の解答	4.5	
	0 無解答	0.8	

2. 分析結果と課題

- 解答類型2について、このように解答した児童は、椅子の数と高さの規則性を見付けることができず、椅子の数が4脚のときの高さ63cmに、椅子の数5脚を足していると考えられる。

3. 学習指導に当たって

伴って変わる二つの数量について、変化の特徴を読み取り、規則性を見付けることができるようにする

- 伴って変わる二つの数量について、表から変化の特徴を読み取り、表の中の知りたい数を求めることができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、椅子の数が増えると、高さがどのように変わるのかを考察する活動が考えられる。その際、下のように、表に表すことで、椅子の数が1脚から2脚に1脚増えると高さが6 cm高くなり、椅子の数が2脚から3脚に1脚増えたときも高さが6 cm高くなることから、椅子の数が1脚増えると6 cmずつ高くなるという規則性を見付けることができるようにすることが大切である。また、その規則性が、椅子の数が3脚から4脚に増えるときなど、ほかの数値の間においても成り立つのかを確かめることができるようにすることも大切である。

いすの数（きゃく）	1	2	3	4	5	
高さ（cm）	45	51	57	63		

設問(2)

趣旨

伴って変わる二つの数量の関係が、比例の関係ではないことを説明するために、表の中の適切な数の組を用いることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 伴って変わる二つの数量を見い出して、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号		解 答 類 型				反応率 (%)	正答	
①	(2)		㉖	㉗	㉘	㉙		
		1	1 と解答	2 と解答	45 と解答	51 と解答 しているもの	85.8	◎
		2			類型 1 以外の解答 無解答		3.4	
		3	2 と解答	4 と解答	51 と解答	63 と解答 しているもの	2.8	◎
		4			類型 3 以外の解答 無解答		0.4	
		5	類型 1 から類型 4 以外で、表から、㉖と㉘、㉗と㉙の対応が適切な 数を解答しているもの				1.5	
		99	上記以外の解答				5.2	
		0	無解答				0.9	
		正答率				88.6		

2. 分析結果と課題

- 解答類型2、4の反応率の合計は3.8%である。このように解答した児童は、椅子の数について2倍の関係になっている数を用いることはできているが、それに対応する高さをを用いることはできていない。
- 解答類型99の中には、㉖に1、㉘に3、㉗に45、㉙に69や、㉖に1、㉘に10、㉗に45、㉙に105という解答がある。このように解答した児童は、椅子1脚に対応する高さをを用いることはできているが、椅子の数について2倍の関係になっている数を用いることはできていない。

3. 学習指導に当たって

伴って変わる二つの数量の関係について、変化の特徴を読み取り、比例の関係かどうかを説明できるようにする

- 伴って変わる二つの数量の関係が比例の関係かどうかについて判断し、その理由を、表の中の適切な数の組を用いて説明できるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、表の中から「椅子の数が2倍になっても、高さが2倍になっていないこと」を示している適切な数の組を選び出し、比例の関係ではないことを説明する活動が考えられる。その際、表の中から椅子の数について2倍になっている関係を示している1脚と2脚、2脚と4脚に着目し、それぞれに対応する高さを用いて説明できるようにすることが大切である。

また、伴って変わる二つの数量の関係が比例の関係かどうかを考えるとときには、一方が1から2倍、3倍、4倍、・・・になれば、それに対応して他方も2倍、3倍、4倍、・・・になるかを調べるだけでなく、一方が2や3など1以外からも同様な関係になるかを調べるができるようにすることも大切である。

設問(3)

趣旨

伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、知りたい数量の大きさの求め方と答えを式や言葉を用いて記述できるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第5学年〕 C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

〔第5学年〕 C 変化と関係

(2) 異種の二つの量の割合として捉えられる数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 異種の二つの量の割合として捉えられる数量の関係に着目し、目的に応じて大きさを比べたり表現したりする方法を考察し、それらを日常生活に生かすこと。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型	反応率 (%)	正答
①	(3) (正答の条件) 次のA又はBのいずれかで、それぞれA①、A②の全て又はB①、B②の全てを書き、答えを84と書いている。 A 48脚が4脚の12倍であることなどを求め、椅子の数が12倍になると重さも12倍になることなどを用いて、48脚のときの重さを求めている。 A① 48脚が4脚の12倍であることなどを求める式や言葉 A② 椅子の数が12倍になると重さも12倍になることなどを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉 B 1脚当たりの重さを求め、1脚当たりの重さを用いて、48脚のときの重さを求めている。 B① 1脚当たりの重さを求める式や言葉 B② 1脚当たりの重さを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉 (正答例) ・ A 【求め方】 いすの数は、$48 \div 4 = 12$で、12倍になります。いすの数が12倍になると重さも12倍になるので、48きゃくのときの重さは、$7 \times 12 = 84$で、84kgです。 【答え】 84 (kg) (解答類型1)		

・ B			
【求め方】 1 きゃくあたりの重さは、 $7 \div 4 = 1.75$ で、 1.75kg になります。48きゃくのときの重さは、 $1.75 \times 48 = 84$ で、 84kg です。			
【答え】 84 (kg)		(解答類型 7)	
	求め方	答え	
1	A①、A②の全てを書いている	84 と解答しているもの	37.8 ◎
2		84 以外を解答しているもの 無解答	1.8
3	A①を書いている	84 と解答しているもの	0.7
4		84 以外を解答しているもの 無解答	2.1
5	A②を書いている	84 と解答しているもの	2.4
6		84 以外を解答しているもの 無解答	0.1
7	B①、B②の全てを書いている	84 と解答しているもの	17.9 ◎
8		84 以外を解答しているもの 無解答	6.3
9	B①を書いている	84 と解答しているもの	0.4
10		84 以外を解答しているもの 無解答	0.6
11	B②を書いている	84 と解答しているもの	0.8
12		84 以外を解答しているもの 無解答	0.3
13	7 × 48を書いているもの	84 と解答しているもの	0.1
14		84 以外を解答しているもの 無解答	13.3
15	類型 1 から類型14以外の解答 無解答	84 と解答しているもの	1.6
99	上記以外の解答		10.2
0	無解答		3.4
正答率			55.8

2. 分析結果と課題

- 本設問の正答率は、55.8%である。なお、答えを記述できている解答類型1、3、5、7、9、11、13、15の反応率の合計は61.7%である。
- 解答類型1～6の反応率の合計は44.9%である。このように解答した児童は、求め方について、48脚が4脚の何倍であるかに着目し、「48脚が4脚の12倍であることなどを求める式や言葉」と、「椅子の数が12倍になると重さも12倍になることなどを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉」について、両方、又はどちらか一方を記述している。
- 解答類型7～12の反応率の合計は26.3%である。このように解答した児童は、求め方について、1脚当たりの重さが何kgであるかに着目し、「1脚当たりの重さを求める式や言葉」と、「1脚当たりの重さを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉」について、両方、又はどちらか一方を記述している。
- 解答類型3、5、9、11の反応率の合計は4.3%である。このように解答した児童は、答えについて記述できているが、求め方について、「48脚が4脚の12倍であることなどを求める式や言葉」と、「椅子の数が12倍になると重さも12倍になることなどを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉」のどちらか一方、又は、「1脚当たりの重さを求める式や言葉」と、「1脚当たりの重さを用いて、48脚のときの重さを求める式や言葉」のどちらか一方を記述できていない。
- 解答類型13、14の反応率の合計は13.4%である。このように解答した児童は、示された場面の状況を捉えることができず、4脚の重さが7kgであることを、誤って1脚の重さが7kgであることと捉えていると考えられる。

○ 表の中から適切な数の組を選ぶことを問う①(2)と、椅子48脚の重さの求め方と答えを式や言葉を用いて記述することを問う①(3)のクロス集計から、次のことが考えられる。

- ・ ①(2)、①(3)ともに正答の児童の割合は、53.6%である。これは、①(3)で正答の児童の96.1%に当たる。これらの児童は、伴って変わる二つの数量の関係が、比例の関係ではないことを説明するために、表の中の適切な数の組を用いることができおり、伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、知りたい数量の大きさの求め方と答えを式や言葉を用いて記述することもできている。
- ・ ①(2)で正答、①(3)で誤答又は無解答の児童の割合は、35.0%である。これは、①(2)で正答した児童の39.5%に当たる。これらの児童は、比例の関係ではないことを説明するために、表の中の適切な数の組を用いることはできているが、伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、知りたい数量の大きさの求め方と答えを式や言葉を用いて記述することはできていない。

①(2)と①(3)のクロス集計表 (%)

		①(3)			
		正答	誤答	無解答	合計
①(2)	正答	53.6	33.0	2.0	88.6
	誤答	2.2	7.5	0.8	10.5
	無解答	0.0	0.4	0.5	0.9
	合計	55.8	40.8	3.4	100.0

※表の数値は、小数第二位を四捨五入したものであるため、合計が一致しない場合がある。

3. 学習指導に当たって

伴って変わる二つの数量について、変化の規則性を基に筋道を立てて考え、知りたい数量の大きさを求めることができるようにする

○ 伴って変わる二つの数量について、比例の関係にあることを用いて、筋道を立てて考え、知りたい数量の大きさを求めることができるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、本設問を用いて、4脚のときの重さが7kgであることから、48脚のときの重さの求め方を考え、説明する活動が考えられる。その際、答えや計算の仕方だけを説明するのではなく、求め方について、表などを用いて椅子の数が12倍になるから重さも12倍になるなど、変化の規則性を基に説明できるようにすることが大切である。さらに、なぜそのような計算で48脚のときの重さを求めることができるかについて振り返り、比例の関係にあることに基づいて解決できたことを確認することが大切である。

設問(4)

趣旨

一の位が0の二つの2位数について、乗法の計算をすることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第3学年〕 A 数と計算

(3) 乗法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 2位数や3位数に1位数や2位数をかける乗法の計算が、乗法九九などの基本的な計算を基にしてできることを理解すること。また、その筆算の仕方について理解すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答
1 (4)	1 2000 と解答しているもの	80.9	◎
	2 200 と解答しているもの	14.8	
	3 20 と解答しているもの	0.3	
	4 20000 と解答しているもの	0.3	
	5 900 と解答しているもの	0.5	
	90 と解答しているもの		
	99 上記以外の解答	2.1	
	0 無解答	1.2	

2. 分析結果と課題

- 解答類型2について、このように解答した児童は、十を単位としてみて、50を5、40を4として、 $5 \times 4 = 20$ と計算し、100倍するところを誤って10倍して200と解答したり、 $5 \times 4 = 20$ と計算し、10のまとまりが20個で200と解答したりしていると考えられる。
- 本設問の結果を、平成20年度【小学校】算数A1(2)と比較すると、正答率は、平成20年度調査では86.5%、本設問では80.9%であり、本設問の正答率は平成20年度調査より5.6ポイント低くなっている。これは、本設問では、2位数に2位数をかける乗法の計算のうち、一の位がともに0になっていることによるものであると考えられる。

問題番号	問題の概要	正答率
H20A1(2)	52×41 を計算する	86.5%
R51(4)	全部の椅子の数を求めるために、 50×40 を計算する	80.9%

(参照)

「平成20年度【小学校】報告書」pp.177-183

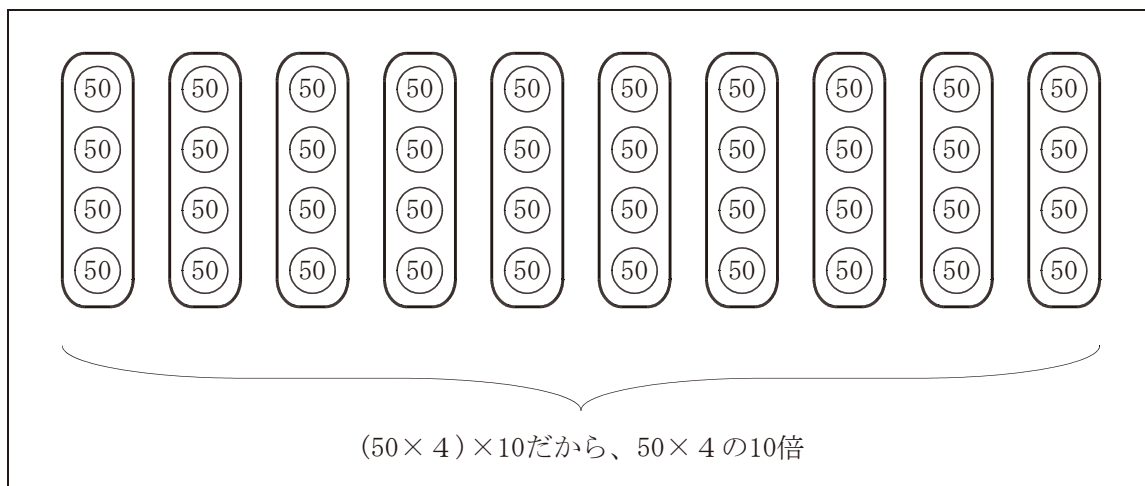
https://www.nier.go.jp/08chousakekkahoukoku/08shou_data/houkokusho/05_shou_bunseki_sansuu.pdf

3. 学習指導に当たって

一の位が0の二つの2位数について、乗法の計算をすることができるようにする

- 一の位が0の二つの2位数について、乗法の計算を確実にできるようにすることが重要である。

指導に当たっては、例えば、 50×40 と 50×4 の関係を考える活動が考えられる。その際、下のような図などを用いることで、 $50 \times 40 = (50 \times 4) \times 10$ で、 50×40 を 50×4 の10倍として捉えることができるようにすることが大切である。



また、計算した後には、問題場面に戻って、例えば、 50×40 について200としている場合、50脚が4列で200脚になることから、200は妥当ではないと判断できるようにすることも大切である。

本問題全体の学習指導に当たって

大切にしたいこと 「関数の考えを使って問題を解決する」

○ 関数の考えを、様々な場面で使うことができるようにする

ある数量を調べようとするときに、それと関係のある数量を見だし、それらの数量との間にある関係を把握して、問題を解決することがある。こうした関数の考えは、様々な場面で活用できる。日常生活の場面においては、重ねた椅子の高さを、椅子の数という捉えやすいもので把握しようとしたり、重ねた画用紙の枚数を求める際に、枚数を数えなくても厚さ1 cmあたりの枚数や、10枚あたりの重さから画用紙の枚数を求めたりすることが考えられる。このように、問題場面に出合ったときに、関数の考えを使って解決していく態度を育成することが大切である。

○ 関数の考えを使って問題を解決できるようにする

関数の考えを使って問題を解決するために、例えば、次のような一連の活動が必要である。

- ・ 調べようとする数量と関係のある数量を見いだす。
- ・ 数量やその関係を表にまとめる。
- ・ 変化や対応の規則性などの関係を見付け、目的に応じて式やグラフなどを用いて表す。
- ・ 変化や対応の特徴を、問題の解決に活用する。

○ 伴って変わる二つの数量の関係を明らかにしながら比例の関係かどうかを判断できるようにする（※授業アイディア例を参照）

伴って変わる二つの数量の関係が比例の関係かどうかを判断する際には、「一方が2倍、3倍、4倍、…になると、他方も2倍、3倍、4倍、…になる」と述べるだけでなく、表の具体的な数値を示して、その関係を説明できるようにすることが大切である。その際、下の図のように、表の中の1以外を基準にして、比例かどうかを確かめるよう促したり、比例でない場合も扱ったりして、根拠を明らかにして比例の関係かどうかを説明できるようにすることが大切である。

縦の長さ (cm)	1	2	3	4	5	6
面積 (cm ²)	6	12	18	24	30	36

3倍
2倍
2倍
3倍

「<u>プランターの高さや重さを求めよう</u>」 ～二つの数量の関係を明らかにして、問題を解決する～	〈実施対象学年〉 第5学年
--	--------------------------

① プランターの数と高さの変化の関係を基に、プランターを重ねた高さを調べる。

プランターを重ねて、高さ80cm、重さ20kgまで入れることができる棚に片付けようと思います。何個まで重ねて入れることができますか。

まず、高さについて考えましょう。
高さが80cmになるまでプランターを重ねて、プランターの数数を数えればいいのか。

プランター1個の高さは、18cmです。
高さはプランターの数に比例して、プランターの数が増え、高さも2倍、3倍、...になるのでは、36cm、54cm、...と増えていくのではないのでしょうか。

教室にプランターが4個あるので、プランターの数と高さの関係を調べてみましょう。

プランターの数 (個)	1	2	3	4
高さ (cm)	18	21	24	27

プランターの数が増え、高さは18cmから21cmで、2倍になっていません。

高さはプランターの数に比例していないということですね。

ポイント 伴って変わる二つの数量について説明する際、具体的な数値を示し、根拠を明らかにすることができるようにすることが大切である。

プランターの数と高さにきまりはないのでしょうか。

高さは3cmずつ増えていますね。



私は高さが3cmずつ増えていることを基に、表の続きを考えました。

プランターの数(個)	1	2	3	4	5	6
高さ (cm)	18	21	24	27	30	33

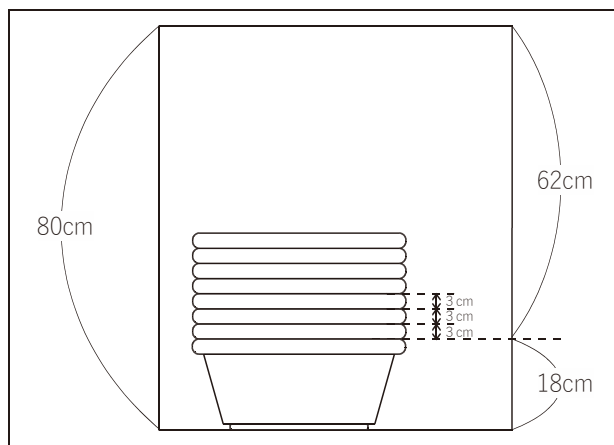


表の続きを考えると、80cmまで書くのは大変ですね。

きまりを使えば、表の続きを考えなくても調べることができると思います。



高さは3cmずつ高くなるので、 $80 - 18 = 62$ 、 $62 \div 3 = 20$ あまり2で、1個目のプランターに20個重ねて入れることができます。だから、 $1 + 20$ で、21個入ります。



図に表すと、62cmはこの部分です。



② プランターの数と重さの変化の関係を基に、プランターを重ねた重さを調べる。



次に、重さについて考えましょう。プランターを入れる棚は、20kgの重さまで入れることができます。プランター4個の重さをはかると、3kgでした。21個のプランターを、全て棚に入れることはできるでしょうか。

4個で3kgのプランターに、もう4個合わせると、8個で6kgになります。さらに4個を合わせると、12個で9kgになります。



表にすると、次のようになります。



プランターの数(個)	4	8	12
重さ (kg)	3	6	9

表をみると、プランターの数が4個から8個、12個と2倍、3倍になると、重さは3kgから6kg、9kgと2倍、3倍になるので、重さはプランターの数に比例していることが分かりますね。



このことを基に考えると、棚に21個入れることはできないと思います。



私は、棚に21個入れることはできると思います。

それぞれ、どうしてそう考えたのですか。





21個入れることができないことについて、説明します。 $3 \times 21 = 63$ で、63kgです。20kgより重いので、21個入れることができません。

$3 \times 21 = 63$ の式は、何を求めている式ですか。



3 kgの21個分の重さを求めています。



3 kgはプランター 1 個の重さではなく、4 個の重さです。



あ...！ということは、4 個の重さの21倍を求めていることになりますね。



21個入れることができることについて、説明します。 $3 \div 4 = 0.75$ 、 $0.75 \times 21 = 15.75$ で、15.75kgです。20kgより軽いので、21個入れることができます。

$3 \div 4 = 0.75$ の式は、何を求めている式ですか。



プランター 4 個で 3 kgなので、4 で割ることで 1 個当たりの重さを求めました。



だから0.75に21をかけると、21個分の重さを求めることができるのですね。



プランターの数(個)	4	8	12	16	20	24	28
重さ (kg)	3	6	9	12	15	18	21

私は、重さはプランターの数に比例していることを基に考えました。
重さが6倍になると、プランターの数も6倍になります。
プランターの数が4個のときの重さは3 kgなので、その6倍は18kgです。
20kgより軽いので、4 個の6 倍の、24個の重さでも大丈夫です。

どうして6倍について考えたのですか。



重さが2倍、3倍、...になると、プランターの数も2倍、3倍、...になります。
重さが7倍になると、21kgになります。20kgより重くなってしまうので、6倍について考えたのですね。



ということは、21個入れることができるということですね。

ポイント

伴って変わる二つの数量が比例の関係にあることを用いて、知りたい数量の大きさについて、求め方を説明できるようにすることが大切である。



計算の結果から考えると、21個のプランターを、全て棚に入れることができますね。
プランターの片付けは、先生たちに任せてくださいね。