

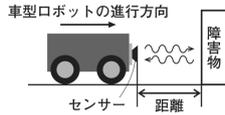
数学 7 データの傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること (車型ロボット)

7 海斗さんと咲希さんは、安全性を高めるためにセンサーで障害物を感知して止まる自動車があることを知り、興味をもちました。そこで、車型ロボット用のプログラムによって走らせることのできる車型ロボットを使って実験をすることにしました。

この設定で、海斗さんが車型ロボットを障害物に向けて走らせてみたところ、次の図1のように、設定した10cmの位置よりも進んで止まりました。

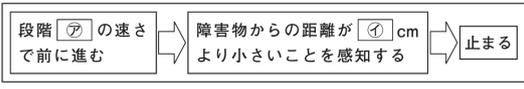
車型ロボットの説明

- 障害物からの距離を測定できるセンサーがついている。



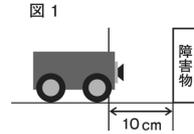
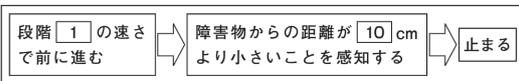
- プログラムの [7]、[1] に値を入れることによって、車型ロボットの速さと、障害物からの距離を設定し、車型ロボットの動きを止めることができる。
- [7] は、速さとして最も遅い段階1から最も速い段階5まで設定できる。
- [1] は、距離として3cmから500cmまで設定できる。

プログラム

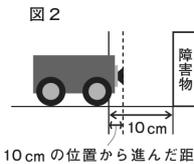


海斗さんは、まず、プログラムの [7] に1を、[1] に10を入れて、次のように設定しました。

海斗さんが設定したプログラム



そのようすを見て、海斗さんは、車型ロボットが10cmの位置からどれくらい進んで止まるか気になりました。そこで、次の図2のように、10cmの位置から進んだ距離を調べる実験を20回行い、その結果を下のように小さい順に並べました。



10cmの位置から進んだ距離について調べた結果

1.5	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	2.0	2.0
2.0	2.0	2.1	2.1	2.2	2.2	2.2	2.2	2.4	2.4

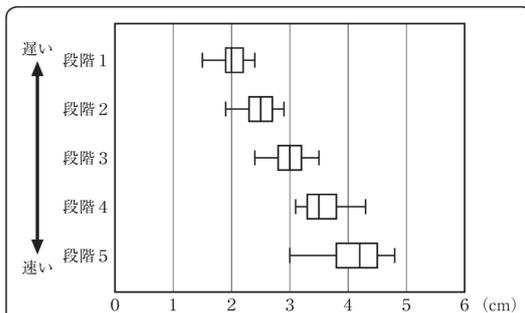
(単位：cm)

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 10cmの位置から進んだ距離について調べた結果をもとに、10cmの位置から進んだ距離の最頻値を求めなさい。

- (2) 咲希さんは、車型ロボットの速さを変えたときに、10cmの位置から進んだ距離がどうなるか調べることにしました。そこで、速さを段階1から段階5まで変えて、10cmの位置から進んだ距離をそれぞれ20回ずつ調べ、データを集めました。そして、データの分布の傾向を比較するために箱ひげ図に表しました。

10cmの位置から進んだ距離の分布



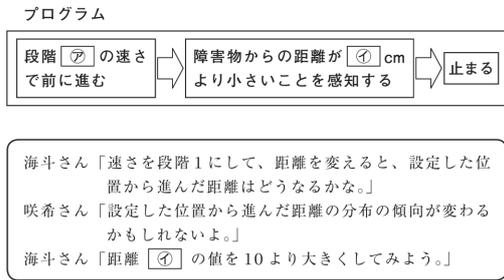
	10cmの位置から進んだ距離 (cm)				
	最小値	第1四分位数	中央値	第3四分位数	最大値
段階1	1.5	1.9	2.0	2.2	2.4
段階2	1.9	2.3	2.5	2.7	2.9
段階3	2.4	2.8	3.0	3.2	3.5
段階4	3.1	3.3	3.5	3.8	4.3
段階5	3.0	3.8	4.2	4.5	4.8

前ページの10cmの位置から進んだ距離の分布から、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、10cmの位置から進んだ距離の分布の5つの箱ひげ図を比較して説明します。下の説明を完成しなさい。

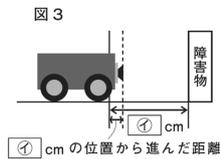
説明

したがって、速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある。

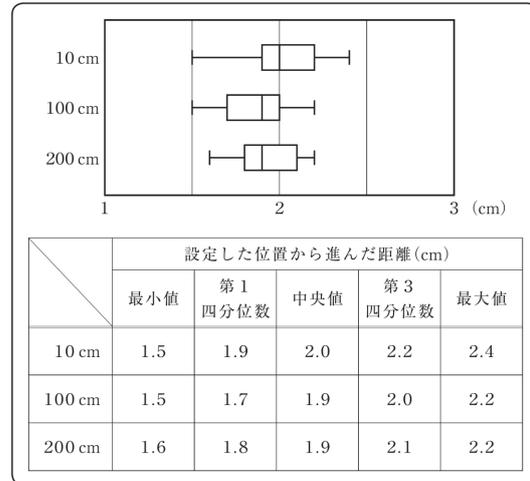
(3) 二人は、次のプログラムを見て、話し合っています。



海斗さんは、速さの段階を1に設定して、障害物からの距離④ cmの設定を変えたとき、次の図3の④ cmの位置から進んだ距離がどうなるか調べることになりました。そこで、④の設定をすでに調べた10 cmのほか、新たに100 cm、200 cmにして、それぞれ20回ずつ調べてデータを集めました。そして、データの分布の傾向を比較するために、箱ひげ図に表しました。



設定した位置から進んだ距離の分布



段階1の速さで、障害物からの距離を10 cm、100 cm、200 cmと長くしていくと、四分位範囲はどうなりますか。設定した位置から進んだ距離の分布から読み取り、正しいものを下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 四分位範囲はだんだん大きくなる。
- イ 四分位範囲はだんだん小さくなる。
- ウ 四分位範囲は大きくなって、小さくなる。
- エ 四分位範囲は小さくなって、大きくなる。
- オ 四分位範囲は変わらない。

出題の趣旨

不確定な事象についてデータに基づいて考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・表やグラフなどを活用して、数学的に処理すること
- ・事象を数学的に解釈し、その根拠を数学的な表現を用いて説明すること
- ・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、表やグラフなどからデータの傾向を適切に読み取り、批判的に考察し判断することが求められる場合がある。その際、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できることが大切である。

本問では、障害物を感知して止まる車型ロボットについて、実験したデータを表や箱ひげ図に整理して分析し、それらから分布の傾向を捉える場面を取り上げた。この場面において、10 cmの位置から進んだ距離の分布の箱ひげ図から、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10 cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」ことを捉える文脈を設定した。さらに、速さを段階1に固定して障害物からの距離の設定を変えたとき、設定した位置から進んだ距離について考察する場面を取り上げた。この場面において、既に調べた10 cmのデータのほか、新たに集めた100 cm、200 cmのデータを表や箱ひげ図に整理してデータの散らばり具合を把握し、四分位範囲を比較する文脈を設定した。

設問(1)

趣旨

与えられたデータから最頻値を求めることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

[小学校第6学年] D データの活用

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 代表値の意味や求め方を理解すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型			反応率 (%)	正答
7	(1)	1	1.9 と解答しているもの。	74.8	◎
		2	7 と解答しているもの。(「1.9」の個数)	0.2	
		3	1.5 と解答しているもの。(最小値)	6.9	
		4	2.4 と解答しているもの。(最大値)	4.0	
		5	2.0 と解答しているもの。(中央値)	3.3	
		99	上記以外の解答	5.3	
		0	無解答	5.7	

2. 分析結果と課題

○ 平成31年度【中学校】数学8(1)に関連する問題を出題している(正答率58.6%)。「平成31年度【中学校】報告書」において、「資料を整理した表から最頻値を読み取ること」に課題があると分析している。これに関連して本設問では、「障害物からの距離が10 cmより小さいことを感知して止まる設定にした車型ロボットについて実験した結果を基に、10 cmの位置から進んだ距離の最頻値を求める」問題を出題した(正答率74.8%)。今回の結果から、与えられたデータから最頻値を求めることはできていると考えられる。

3. 学習指導に当たって

○ 代表値の必要性和意味を理解し、代表値を求めることができるようにする

目的に応じてデータを収集して分析し、データの傾向を読み取る活動において、データの代表値を求めることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、10 cmの位置から進んだ距離について調べた結果から代表値を求め、段階1の速さで進む車型ロボットが、10 cmの位置から進んで止まる距離の傾向について説明する場面を設定することが考えられる。その際、小学校で学習した内容を振り返り、最頻値とは、データの中で最も多く現れている値であり、その値の個数を表すものではないことを確認することが大切である。

なお、連続的なデータを取り扱う場合においては、同じ値をとる測定値はあまり見られないため、小学校第6学年で学習した最頻値が有効でないことがある。その際には、ヒストグラム等に整理し、度数が最大の階級の真ん中の値を最頻値として用いるとよい。

設問(2)

趣旨

複数の集団のデータの分布の傾向を比較して読み取り、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 D データの活用

(1) データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答
7	(2) (正答の条件) 次の(a)又は(b)について記述しているもの。 (a) 箱ひげ図の箱がだんだんと右側にずれていっていること。 (b) 第1四分位数と第3四分位数がだんだんと大きくなっていること。		
	(正答例) ・ 速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、箱ひげ図の箱の位置が右側にずれていっている。(解答類型1) ・ 速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、第1四分位数と第3四分位数が大きくなっている。(解答類型2)		
	1 (a)について記述しているもの。	5.2	◎
	2 (b)について記述しているもの。	4.4	◎
	3 上記2以外で、四分位数のいずれかの値がだんだんと大きくなっていることについて記述しているもの。	16.8	○
	4 箱ひげ図全体が右側にずれていっていることについて記述しているもの。	4.3	
	5 上記1～4以外で、最大値がだんだんと大きくなっていることについて記述しているもの。	3.7	
	6 箱ひげ図の箱の長さやひげの長さについて記述しているもの。	7.6	
	7 上記以外で、箱ひげ図から読み取れることを記述しているもの。	6.2	
	8 箱ひげ図の読み取りを誤って記述しているもの。	8.2	
	99 上記以外の解答	14.6	
0 無解答	29.0		
	正答率	26.4	

2. 分析結果と課題

- 解答類型99の具体的な例としては、以下のようなものがある。

(例)

- ・ 段階1と段階5を比べると約2倍の差がある。
- ・ 段階1の箱ひげ図は、段階5の箱ひげ図の $\frac{1}{2}$ くらいになる。

このように記述した生徒は、段階1と段階5の二つの箱ひげ図について、10 cmの位置から進んだ距離の分布を基に比較しようとしているが、その違いについて根拠を明らかにして説明できなかつたと考えられる。

また、以下のようなものがある。

(例)

- ・ 段階が速いと箱ひげ図は3 cmよりも後ろにあるが、段階が遅いと前にかたまっている。
- ・ 段階1では半数が1.9～2.2 cmの間に収まっているが、だんだん速くなるにつれて距離が長くなり、段階5では半数が3.8～4.5 cmの間に収まっている。

このように記述した生徒は、複数の箱ひげ図を比較しているが、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10 cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」と判断できる理由を数学的な表現を用いて説明できなかつたと考えられる。

- 令和5年度【中学校】数学7(2)で『2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある』と主張することができる理由を、箱ひげ図の箱に着目して説明する」問題を出題している（正答率33.9%）。「令和5年度【中学校】報告書」において、「複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明すること」に課題があると分析している。これに関連して本設問では、「車型ロボットについて『速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10 cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある』と主張することができる理由を、五つの箱ひげ図を比較して説明する」問題を出題した（正答率26.4%）。今回の結果から、複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに、引き続き課題があると考えられる。

3. 学習指導に当たって

○ データの分布の傾向を比較して読み取り、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする

データの分布の傾向を読み取って判断し、その理由を数学的な表現を用いて的確に説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、10 cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」と判断できる理由について、箱ひげ図を比較することで検討し、数学的な表現を用いて説明する場面を設定することが考えられる。その際、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、箱ひげ図の箱の位置が右側にずれていっているから」、「速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、第1四分位数と第3四分位数が大きくなっているから」などのように、判断の理由を箱の位置や四分位数などを根拠として説明できるようにすることが大切である。

設問(3)

趣旨

複数の集団のデータの分布から、四分位範囲を比較することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 D データの活用

(1) データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 四分位範囲や箱ひげ図の必要性和意味を理解すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答
7 (3)	1 ア と解答しているもの。(四分位範囲はだんだん大きくなる。)	7.9	
	2 イ と解答しているもの。(四分位範囲はだんだん小さくなる。)	22.3	
	3 ウ と解答しているもの。 (四分位範囲は大きくなって、小さくなる。)	8.5	
	4 エ と解答しているもの。 (四分位範囲は小さくなって、大きくなる。)	11.6	
	5 オ と解答しているもの。(四分位範囲は変わらない。)	48.7	◎
	99 上記以外の解答	0.0	
	0 無解答	0.9	

2. 分析結果と課題

- 正答率は 48.7% であり、複数の集団のデータの分布から、四分位範囲を比較することに課題がある。
- 解答類型 2 の中には、四分位範囲と範囲を混同した生徒がいると考えられる。
- 解答類型 4 の中には、複数の集団のデータの分布から、第 1 四分位数や第 3 四分位数に着目した生徒がいると考えられる。

3. 学習指導に当たって

○ 四分位範囲の必要性和意味について理解できるようにする

複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動を通して、四分位範囲の必要性和意味を理解できるように指導することが大切である。その際、四分位範囲はデータの散らばりの度合いを表す指標であり、第 3 四分位数と第 1 四分位数の差で求められることを確認することが大切である。また、極端にかけ離れた値が一つでもあると、最大値や最小値は大きく変化し、範囲はその影響を受けやすいが、四分位範囲はその影響をほとんど受けにくいという性質を確認することも大切である。

本設問を使って授業を行う際には、障害物からの距離の設定を長くしていった場合の設定した位置から進んだ距離の分布の傾向について考察する活動を取り入れることが大切である。その際、三つのデータからそれぞれの四分位範囲を求め、それらの値を比較して「四分位範囲は変わらない。」と読み取るだけでなく、箱ひげ図の箱の位置などに関連付けてデータの分布の傾向について考察する場面を設定することが考えられる。こうした活動を通して、四分位範囲の必要性和意味について理解を深められるようにすることが大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○ 目的に応じてデータを収集して分析し、その傾向を読み取って批判的に考察し判断することを通して、統計的に問題解決できるようにする

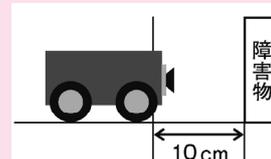
日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ、統計的に問題解決できるように指導することが大切である。その際、問題を解決するために計画を立て、必要なデータを収集して分析し、データの分布の傾向を捉え、その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を充実させることが大切である。

例えば、本問のように、車型ロボットの速さをだんだん速くすると、それに伴って設定した位置から進んだ距離はどうなるのかについて調べるために、データを収集して箱ひげ図などに表し、「速さがだんだん速くなるにつれて、設定した位置から進んだ距離が長くなる傾向にある」ことを見いだす活動を取り入れることが考えられる。また、速さは変えずに、障害物からの距離の設定を変えると、設定した位置から進んだ距離の分布の傾向はどうなるのかについてさらに調べ、「障害物からの距離の設定を変えても、設定した位置から進んだ距離は変わらない傾向にある」ことについて考察する場面を設定することが考えられる。

このような一連の活動を通して、データの収集の仕方や分析の方法は適切か、結論は妥当かなど、批判的に考察できるように指導することが大切である。

「車型ロボットが進んだ距離について、データの分布の傾向を基に調べよう」
 ～データの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し、判断する～

前の時間には、車型ロボットの速さを段階1、障害物からの距離を10 cmに設定し、設定した位置から進んだ距離を調べる実験を20回行いました。そのデータにばらつきがあったことから、最頻値や中央値などの代表値を求め、車型ロボットが進んだ距離について話し合いました。



さらに、車型ロボットの速さを変えたときに、10 cmの位置から進んだ距離はどうなるのかを調べるために、段階1から段階5までそれぞれ20回ずつ実験を行い、データを収集しました。

1. 実験で得たデータの整理の仕方を考える。



教師

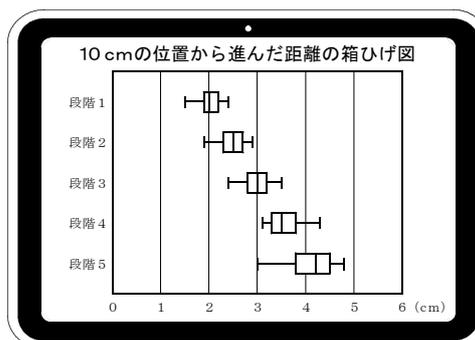
前の時間には、車型ロボットの速さを変えたときの10 cmの位置から進んだ距離のデータの分布の傾向を調べるために、車型ロボットの速さを段階1から段階5まで変えてそれぞれ20回ずつ実験を行い、データを収集しましたね。実験のデータをどのように整理しますか。



複数のデータの分布の傾向を比べるとときには、箱ひげ図に表せばよかったね。



それなら、コンピュータを使って箱ひげ図に表してみよう。

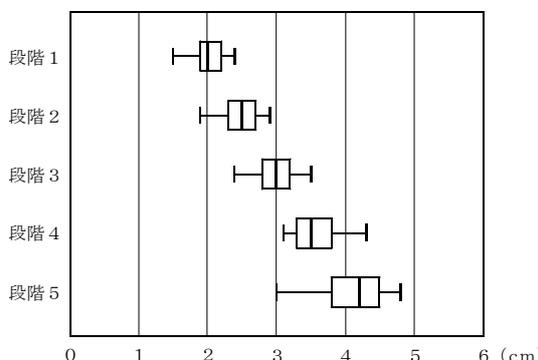


2. 5つの箱ひげ図を比較して、分かることを読み取る。



表した5つの箱ひげ図を比較して、どのようなことがわかりますか。

10 cmの位置から進んだ距離の箱ひげ図



箱ひげ図の箱の位置は、だんだんと右にずれていっているね。



第1四分位数と第3四分位数がそれぞれだんだん大きくなっているということだね。



中央値が大きくなっていることも分かるよ。



箱ひげ図の箱の長さは、速くなるにつれて長くなっていきそうだよ。



速さが速くなるほど、最大値も大きくなっているよ。



最小値は段階1から段階4までは大きくなっているけど、段階5は段階4より小さくなっているね。

3. データの分布の傾向について批判的に考察し、判断した事柄の理由を説明する。



箱ひげ図から読み取ったデータ全体の分布の傾向から車型ロボットの速さを変えたとき、10 cmの位置から進んだ距離についてどのような主張ができそうですか。



車型ロボットの速さが速くなるほど、10 cmの位置から進んだ距離は長くなる傾向にありそうです。



先ほど挙げた箱ひげ図から分かったことのうち、その主張の根拠になりそうなものはあるでしょうか。

ポイント



最大値がだんだんと大きくなっていることが根拠になりそうだよ。



最大値だけではデータ全体の分布の傾向を判断するのは難しいね。



箱の長さは長くなっているから進んだ距離が長くなる傾向にあると
いっていいと思うけど、どうかな。



箱の長さが長くなっていることから、中央値付近のデータの散らばり具合が
大きくなっていることは分かるけど、進んだ距離が長くなる傾向にあることの
根拠にはならないのではないかな。



最大値や箱の長さだけでは10 cmの位置から進んだ距離が長くなる
傾向にあると判断することは難しそうですね。では、何を根拠と
して挙げればよいでしょうか。

ポイント



箱ひげ図の箱の位置が右にずれていっていることはどうかな。
第1四分位数と第3四分位数の両方がそれぞれ大きくなっている
ということになるね。



箱ひげ図の箱をみることは、中央値を中心とした全体の約半数のデータを
みることになるね。



私は中央値だけでみていたけれど、中央値だけでみるよりも箱の位置で
判断した方がいいね。



主張とその根拠について
整理しましょう。

主張

速さが段階1から段階5まで、だんだん速くなるにつれて、
10 cmの位置から進んだ距離が長くなる傾向にある。

根拠

速さがだんだん速くなるにつれて、
・箱ひげ図の箱の位置が右側にずれていっているから。
・第1四分位数と第3四分位数が大きくなっているから。

4. 問題解決の過程を振り返る。



今日の授業で箱ひげ図を基に判断の理由を説明するときに気を付けた方がよいと思ったことや、さらに調べたいことは何ですか。



箱ひげ図をみるとときには、箱の位置に着目して、データの分布の傾向を捉えた方がよいと思いました。



次は、速さを変えずにセンサーの感知する距離を変えて実験してみたいです。

本授業アイデア例 活用のポイント!

- 目的に応じて、データを収集、整理して、それを基に分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断するとともに、判断した事柄について根拠を明らかにして説明できるようにすることが大切である。
- 複数のデータの分布の傾向を比較する際には、代表値だけでなく、四分位範囲や四分位数、箱ひげ図の箱の位置などに着目して多面的に吟味し、批判的に考察できるように指導することが大切である。