予想した事柄が成り立つことを、論理的に考察し表現することができる生徒

こんな姿を目指したい!!

正答例 9（1）

正三角形の辺はすべて等しいから
AC＝PC …①
CQ＝CB …②
正三角形の１つの内角は 60° より
∠ACQ＝60° ＋∠PCQ
∠PCB ＝60° ＋∠PCQ
よって、∠ACQ＝∠PCB …③
①、②、③より
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△QAC≡△BPC

特徴的な誤答

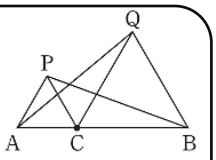
仮定より、
AC＝PC …①
CQ＝CB …②
∠ACQ と∠PCB は 60°
だから
∠ACQ＝∠PCB …③

誤答から見えるつまずき

成り立たないことや証明していないことを用いたり、誤った根拠を記述したりしている。

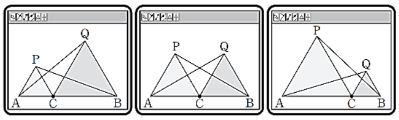
図形領域の学習で… 日々の学習における改善・充実

線分 AB 上に点 C をとり、AC、CB をそれぞれ１辺とする正三角形 PAC、QCB を、線分 AB について同じ側につくります。そして、点 A と点 Q、点 B と点 P を結びます。ただし、点 C は点 A、B と重ならないものとします。



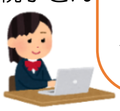
作図ツールソフトを使って図をかき、点 C を動かしながら線分や角についてどんな性質が成り立っているか調べてみましょう。

【桃子さんの予想】

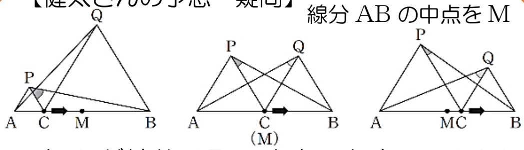


点 C が線分 AB 上のどこにあっても、AQ と PB の長さは等しくなっている。どうして、いつでも等しくなるのかな。

桃子さん



【健太さんの予想・疑問】 線分 AB の中点を M



・点 C が線分 AB の中点のとき、∠AQC と∠BPC は等しく、どちらも 30° になっている。
・点 C が点 A から点 B に近づくにつれて∠AQC は大きくなり、∠BPC は小さくなっている。

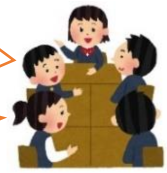
これらのことから、∠AQC と∠BPC の和について、どんな性質が成り立っているといえるかな。

健太さん

桃子さん、調べて気付いたことを発表してください。

発表後、桃子さんの予想について議論する場面

△QAC と△BPC の合同を示すことで、AQ と PB の長さがいつでも等しくなることがいえるね。



∠ACQ＝∠PCB の根拠は、どうなるのかな。

∠ACQ＝∠PCB の根拠は、このようになるよ。

正三角形の１つの内角は 60° より、
∠ACQ＝60° ＋∠PCQ、
∠PCB ＝60° ＋∠PCQ

AQ＝PB と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみましょう。

【桃子さんの予想の証明】

桃子さん

△QAC と△BPC において
正三角形の辺はすべて等しいから
AC＝PC …①
CQ＝CB …②
正三角形の１つの内角は 60° より、
∠ACQ＝60° ＋∠PCQ
∠PCB ＝60° ＋∠PCQ
よって、∠ACQ＝∠PCB …③
①、②、③より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△QAC≡△BPC
合同な図形の対応する辺は等しいから
AQ＝PB

健太さんの発表後、その予想・疑問について議論する場面

点 C が線分 AB 上のどこにあっても、∠AQC と∠BPC の和は 60° になっているよ。

どうして、いつでも 60° になるのかな。

∠AQC＋∠BPC＝60° と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみようよ。

予想した事柄が成り立つかどうかを考え、それを説明する場面を設定しよう。

ここが POINT

9 線分ABがあります。線分AB上に点Cをとり、AC、CBをそれぞれ１辺とする正三角形PAC、QCBを、線分ABについて同じ側につくります。そして、点Aと点Q、点Bと点Pを結びます。ただし、点Cは点A、Bと重ならないものとします。

桃子さんは次の**図１**のように点Cをとり、健太さんは次の**図２**のように線分ABの中点に点Cをとりました。

図１

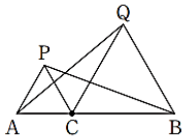
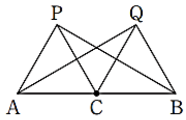
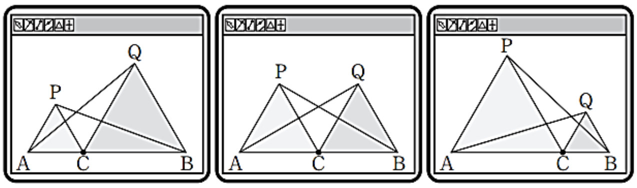


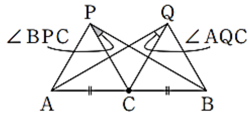
図２



二人は**図１**と**図２**を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点Cを動かしながら調べました。

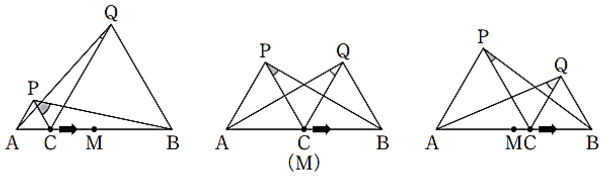


（２）健太さんは、線分ABの中点に点Cをとった場合に∠AQCと∠BPCが等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の**図３**のように、線分ABの中点をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に∠AQCと∠BPCの大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図３



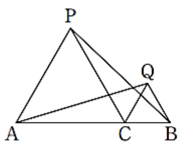
調べたこと

○ 点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、∠AQCは大きくなり、∠BPCは小さくなる。
○ 点Cが線分ABの中点のとき、∠AQCと∠BPCは等しく、どちらも30°である。

次の（１）、（２）の各問いに答えなさい。

（１）桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、AQ＝PBになると予想しました。

桃子さんの予想したAQ＝PBがいつでも成り立つことは、△QAC≡△BPCを示すことで証明できます。AQ＝PBになることの**証明**を完成しなさい。



証明

△QACと△BPCにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
AQ＝PB

健太さんは、前ページの**調べたこと**から、∠AQCと∠BPCの和について何かいえることがないか考えています。

このとき、∠AQCと∠BPCの和について、次のことがいえます。

◎ 点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{\text{①}}$ 。
◎ 点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{\text{②}}$ 。

上の $\boxed{\text{①}}$ 、 $\boxed{\text{②}}$ のそれぞれに当てはまるものを、下の**ア**から**エ**までの中から１つずつ選びなさい。

ア　60°より大きい

イ　60°より小さい

ウ　60°になる

エ　60°より大きいことも小さいこともある